

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

**Подготовка к прохождению теоретического этапа
Московского конкурса межпредметных навыков и знаний
«Интеллектуальный мегаполис. Потенциал»
(номинация «Инженерный класс», направление «Космические классы»)**

Методические рекомендации для учащихся предпрофессиональных классов
и учителей профильных предметов (физика, математика, информатика)

Утверждено Факультетом довузовской подготовки

Москва
2024 год

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

**по решению заданий №№1, 6 и 8 по предмету «Математика»
в рамках теоретического этапа Московского конкурса межпредметных
навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал»,
номинация «Инженерный класс», направление «Космические классы»**

Методические рекомендации по использованию демонстрационных материалов и проведению теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» (далее – Конкурс) предназначены для участников Конкурса и учителей, ведущих профильную подготовку учащихся предпрофессиональных классов, с целью разъяснения хода решения заданий демонстрационного варианта по предмету «Математика», возможных трудностей при подготовке к Конкурсу, типичных ошибок, методики оценки.

Рассмотрим решение *задания №1* демонстрационного варианта.

Жители планеты Тинь для того, чтобы избежать сдвига привычных времён года, ввели понятие високосного года (подобно тому, как это сделано в юлианском или григорианском земных календарях). В обычном тиньском году ровно 200 тиньских дней. Високосным является каждый 3-й год, а также каждый 7-й год. В такие годы добавляется один дополнительный день. Если же очередной 3-й год совпадает с очередным 7-м, то добавляется только один день. Найдите точную продолжительность года на планете Тинь (выраженную в тиньских днях). Выберите из предложенных вариантов ответа, на сколько точная продолжительность года отличается от 200 дней.

Варианты ответа:

- А) 3/7*
- Б) 10/21*
- В) 7/10*
- Г) 21/200*

Рассмотрим период в 21 год, заканчивающийся годом, который является одновременно 3-м и 7-м. За этот период пройдёт 21 раз по 200 дней, 7 раз добавится по одному дополнительному дню (на каждый 3-й год) и 2 раза добавится ещё по 1 дню (7-й и 14-й год, а 21-й повторно не учитывается). Поэтому средняя продолжительность года равна

$$\frac{200 \cdot 21 + 7 + 2}{21} = 200 + \frac{3}{7}.$$

Ответ: А) 3/7.

Задача является несложным упражнением по теории чисел. Основная рекомендация – проявлять внимательность. Необходимо вычленить описанную в условии периодически повторяющуюся последовательность годов, длительность которой кратна некоторому количеству полных лет. В данном условии продолжительность такого периода определяется как наименьшее общее кратное двух високосных периодов (3 и 7 лет).

В процессе решения необходимо обратить внимание на следующие моменты, которые могут стать источниками **типичных ошибок**.

1. Необходимо владеть понятием усреднения (хотя бы на примерах средней скорости, средней плотности и т. п.). В частности, уметь сводить усреднение по длительному интервалу времени с одинаковыми периодами к усреднению по одному периоду.

2. Требуется знать основные понятия и алгоритмы, связанные с составом числа: проверка на простоту и взаимную простоту, нахождение наименьшего общего кратного и наибольшего общего делителя.

3. Важно тщательно анализировать данные задачи. Один из самых распространенных источников ошибок – невнимательное чтение условия. В частности, в данном задании необходимо аккуратно отслеживать корректирующие дни календаря. В некоторых случаях они могут не добавляться, а, наоборот, удаляться из года, укорачивая его.

Задание №1 считается выполненным, если ответ учащегося совпал с эталоном. Выполненное задание оценивается 5-ю баллами.

Перейдём к решению **задания №6** демонстрационного варианта.

По размерам, имеющимся на чертеже (рис. 1), определите площадь выделенной цветом грани.

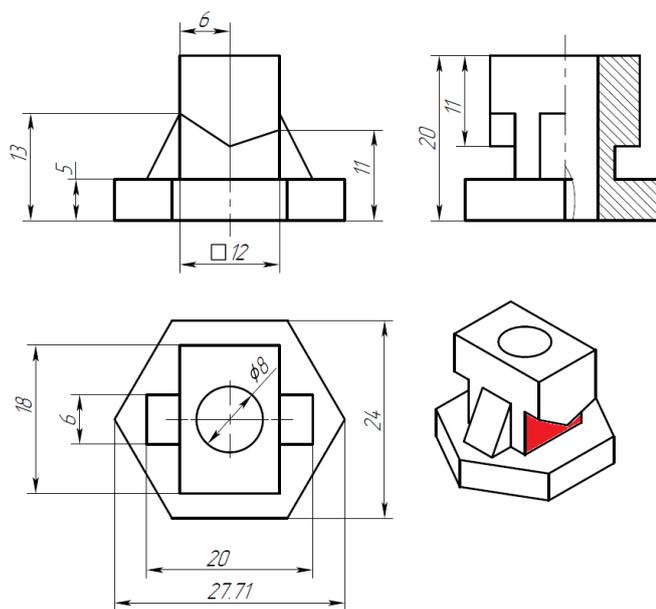


Рис. 1. Иллюстрация к условию задания №6

Выберите один верный вариант ответа:

- А) 64
- Б) 65
- В) 66
- Г) 70

Пользуясь чертежом, определяем, что выделенная цветом грань представляет собой две прямоугольные трапеции, совмещённые малыми основаниями. Длины больших оснований и высоты этих трапеций прочитываются на виде спереди. Для определения длины малого (общего) основания необходимо привлечь вид слева. Плоская фигура со всеми найденными необходимыми размерами представлена на рис. 2.

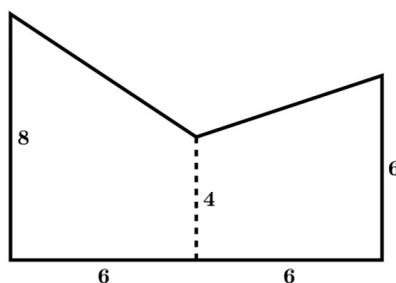


Рис. 2. Выделенная грань

По известным формулам площади трапеции вычисляем площадь фигуры S .

$$S = \frac{8 + 4}{2} \cdot 6 + \frac{4 + 6}{2} \cdot 6 = 66.$$

Ответ: В) 66.

Задание №6 считается выполненным, если ответ учащегося совпал с эталоном. Выполненное задание оценивается 5-ю баллами.

В процессе решения необходимо обратить внимание на следующие моменты, которые могут стать источниками **типичных ошибок**.

1. Необходимо правильно сопоставить три вида на чертеже с соответствующими им гранями (сторонами) детали. 3D-модель может быть изображена повернутой относительно взгляда (вида) спереди.

2. Необходимо грамотно разбить выделенную грань на составные части, площади которых легко вычисляются. Как правило, такое разбиение возможно несколькими способами, однако не для каждого из них можно найти на чертеже все нужные размеры.

3. При определении формы грани необходимо следить за параллельностью и перпендикулярностью ребер. Не все, что кажется параллельным на трехмерном изображении, будет таковым в проекции на плоскость.

Рассмотрим детально **задание №8** демонстрационного варианта.

Межпланетный робот-доставщик Шатун движется по линии, представляющей собой плоскую кривую. Если ввести на этой плоскости декартову систему координат, то траектория движения совпадёт с графиком функции $f(x) = 3\sin(2\pi x - \pi/3)$. При каждом пересечении окружности (лежащей в той же плоскости) с центром в начале координат и радиусом 2 общая мощность Шатуна уменьшается на 1 МВт. На какую величину уменьшится его мощность при перемещении из точки с абсциссой

$x = 4$ в точку с абсциссой $x = -45$? В ответе укажите только одно целое число.

Решение задачи требует построения эскиза графика заданной в условии функции. Для получения графика $f(x)$ можно взять стандартный график синуса ($y(x) = \sin x$) и выполнить с ним три преобразования. Во-первых, его необходимо «сжать» в горизонтальном направлении так, чтобы его период стал равен 1. Во-вторых, его необходимо «растянуть» в 3 раза в вертикальном направлении так, чтобы диапазон колебаний графика стал от -3 до 3. Наконец, график следует сдвинуть вправо на $\pi/3$. Результат может выглядеть, например, следующим образом (рис. 3).

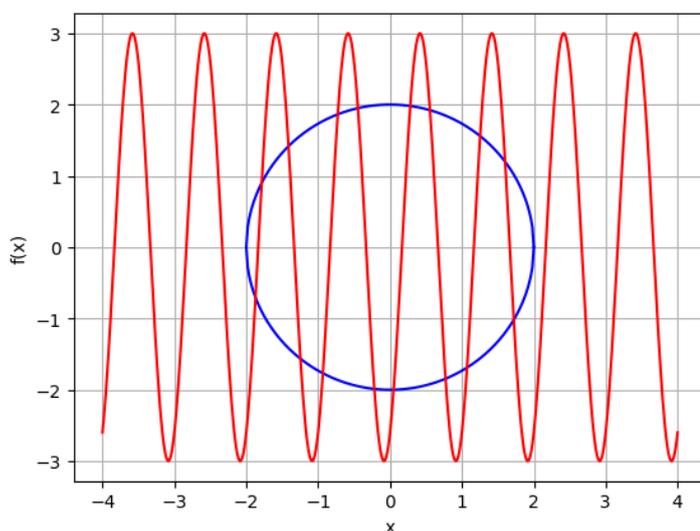


Рис. 3. График пересечения функции с окружностью

Здесь на график функции наложена заданная в условии окружность. В точках $x = 2$ и $x = -2$ (крайние левая и правая точки окружности) функция равна $f(2) = f(-2) = 3 \sin(-\pi/3) = -3\sqrt{3}/2$. Это значение больше 2 по модулю (точки графика находятся ниже окружности), следовательно, все пересечения лежат между указанными точками. Но между ними находится ровно 4 периода, на каждом из которых расположены 4 точки пересечения (по две на «восходящей» и «нисходящей» частях графика). Таким образом, общее количество пересечений равно 16. Поскольку каждому пересечению

соответствует утрата 1МВт, то это же число будет являться ответом на вопрос задачи.

Ответ: 16.

Задание №8 считается выполненным, если ответ учащегося совпал с эталоном. Выполненное задание оценивается 8-ю баллами.

В процессе решения необходимо обратить внимание на следующие аспекты, которые могут оказаться источниками **типичных ошибок**.

1. Анализ пересечения графиков двух функций часто может быть сведён к анализу поиска корней некоторой функции (и наоборот). Такая задача может оказаться более простой.

2. Графики двух функций могут иметь общую точку, но не пересекаться (например, так проходит касательная к окружности). Такие случаи требуют особого рассмотрения.

3. Поиску точек пересечения часто помогает анализ монотонности функций. При этом функция может не быть монотонной на всей области определения, но обладать таким свойством на нужном отрезке (как в данной задаче синус на полупериоде).

Также для успешного выполнения подобного задания необходимо хорошо разбираться в свойствах тригонометрических функций и уметь строить эскизы их графиков, а также выполнять простые преобразования стандартных графиков, такие как сдвиги и масштабирование. Напомним кратко соответствующую информацию.

График синуса

Построим график функции $y = \sin x$. Данная линия называется синусоидой (рис. 4).

Свойства функции $y = \sin x$ перечислены ниже.

1) Область определения функции – множество всех действительных чисел $(-\infty, \infty)$.

2) Область значений функции – отрезок $[-1, 1]$.

- 3) Функция $y = \sin x$ является периодической с периодом 2π .
- 4) Функция $y = \sin x$ является нечётной.
- 5) Функция $y = \sin x$ имеет точки максимума $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ и точки минимума $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, где k – целое.
- 6) Функция непрерывна на всей области определения.

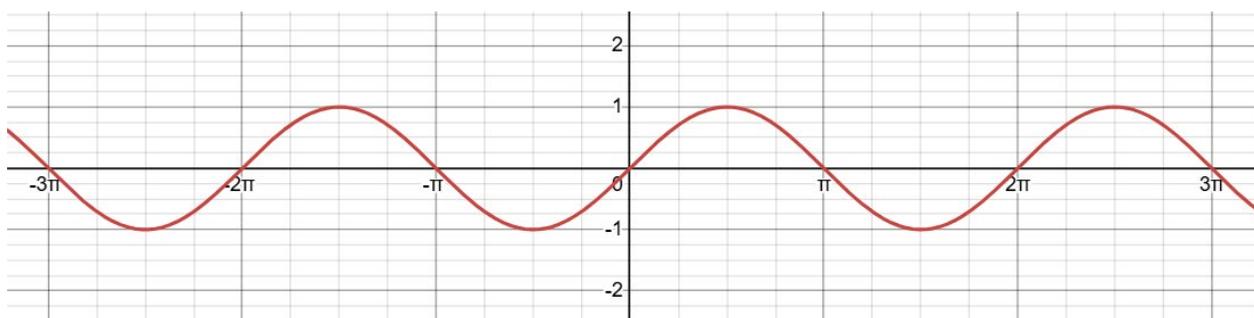


Рис. 4. График функции $y = \sin x$

График косинуса

Рассмотрим график функции $y = \cos x$ (рис. 5).

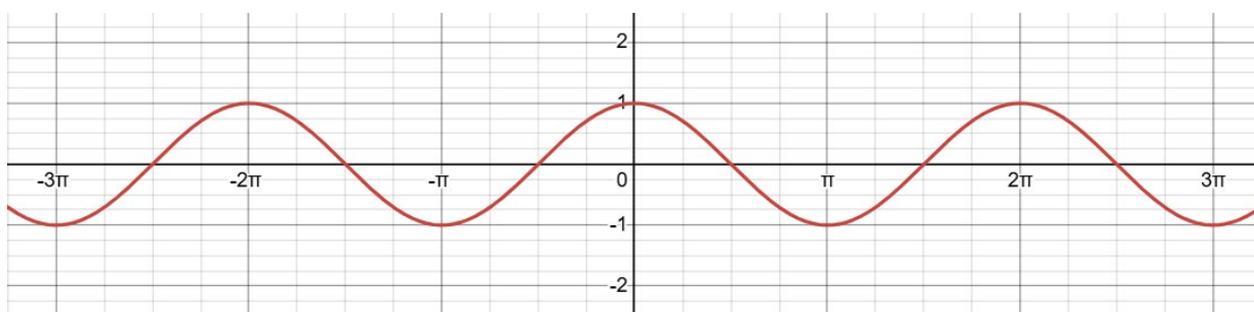


Рис. 5. График функции $y = \cos x$

Так как $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$, то график косинуса – это синусоида, сдвинутая вдоль оси Ox на $\pi/2$ влево.

Свойства функции $y = \cos x$ следующие.

- 1) Область определения функции – множество всех действительных чисел $(-\infty, \infty)$.
- 2) Область значений функции – отрезок $[-1, 1]$.
- 3) Функция $y = \cos x$ является периодической с периодом 2π .

- 4) Функция $y = \cos x$ является чётной.
- 5) Функция $y = \cos x$ имеет точки максимума $2\pi k$ и точки минимума $(2k + 1)\pi$, где k – целое.
- 6) Функция непрерывна на всей области определения.

Графики тангенса и котангенса

Начертим график функции $y = \operatorname{tg} x$ (рис. 6).

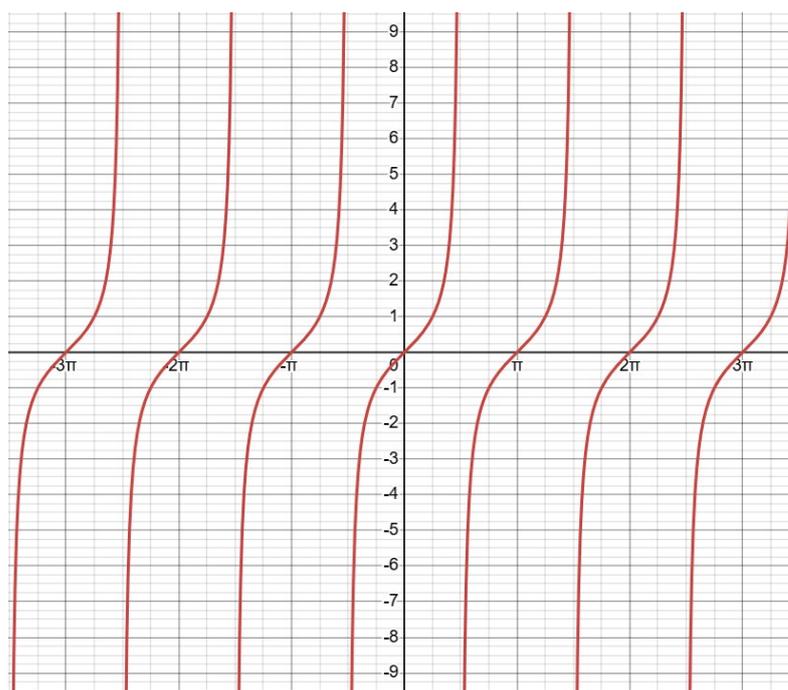


Рис. 6. График функции $y = \operatorname{tg} x$

Назовём свойства функции $y = \operatorname{tg} x$.

- 1) Область определения функции – бесконечное число открытых интервалов $(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n)$, где n – целое. В каждом из этих интервалов функция монотонно возрастает и имеет ноль в точках πn .
- 2) Область значений функции – множество всех действительных чисел $(-\infty, \infty)$.
- 3) Функция $y = \operatorname{tg} x$ является периодической с периодом π .
- 4) Функция $y = \operatorname{tg} x$ является нечётной.
- 5) В точках $\frac{\pi}{2} + \pi n$ график имеет вертикальные асимптоты.

Котангенс связан с тангенсом тригонометрическим соотношением $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$, его график приведён на рис. 7.

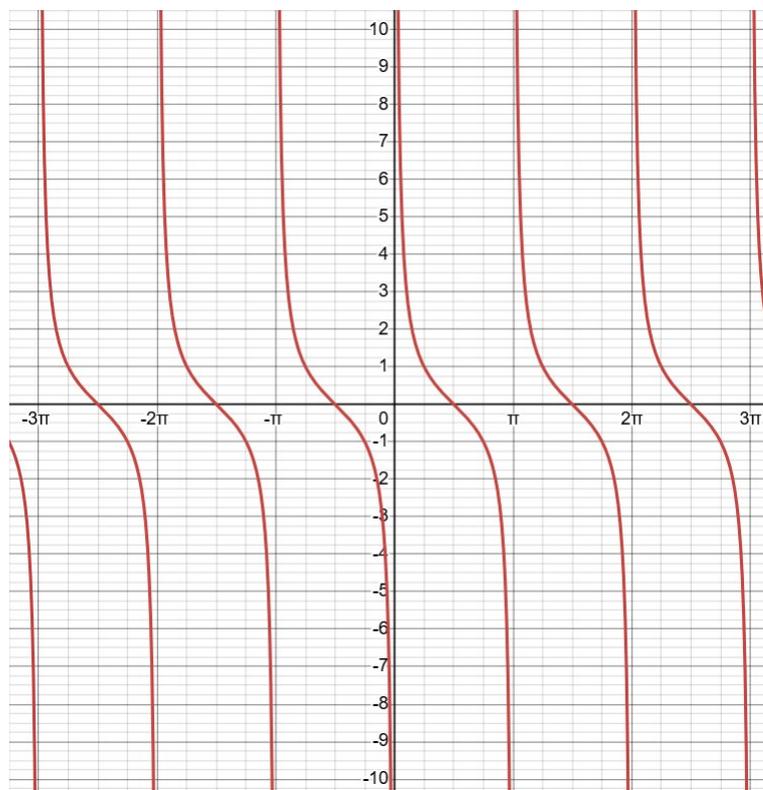


Рис. 7. График функции $y = \operatorname{ctg} x$

Ниже обозначим свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$.

1) Область определения функции – бесконечное число открытых интервалов $(\pi n, (n + 1)\pi)$, где n – целое. В каждом из этих интервалов функция монотонно убывает и имеет ноль в точках $\frac{\pi}{2} + \pi n$.

2) Область значений функции – множество всех действительных чисел $(-\infty, \infty)$.

3) Функция $y = \operatorname{ctg} x$ является периодической с периодом π .

4) Функция $y = \operatorname{ctg} x$ является нечётной.

5) В точках πn график имеет вертикальные асимптоты.

Основные **преобразования графиков** выполняются следующим образом.

Построение графика функции $y = -f(x)$

Чтобы построить график функции $y = -f(x)$, достаточно отразить график функции $Y = f(x)$ относительно оси OX .

Для примера рассмотрим графики следующих функций (рис. 8, 9).

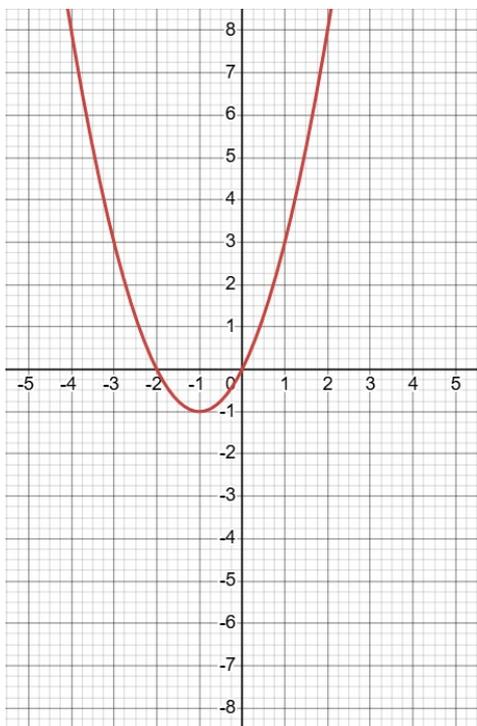


Рис. 8. График функции $Y = x^2 + 2x$

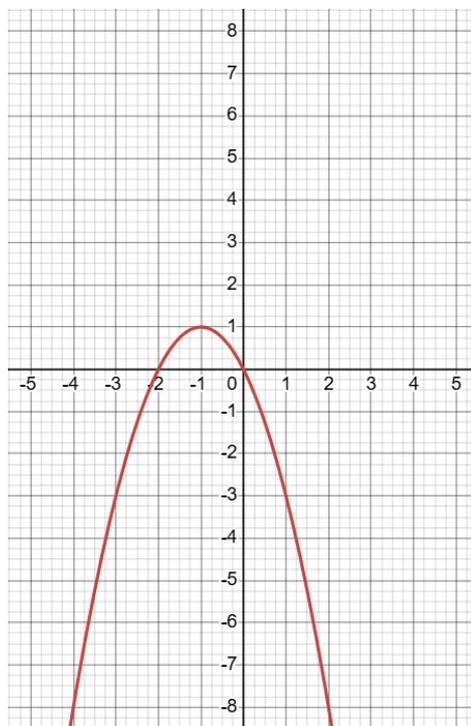


Рис. 9. График функции $y = -(x^2 + 2x)$

Построение графика функции $y = A \cdot f(x)$

Каждая ордината нового графика получается умножением соответствующей ординаты старого графика на A , то есть график растягивается от оси абсцисс (или сжимается к ней).

Таким образом, чтобы построить график функции $y = A \cdot f(x)$, достаточно растянуть график функции $Y = f(x)$ от оси абсцисс в A раз. При этом, если $A > 1$, то будет растяжение, при $0 < A < 1$ – сжатие. В случае, когда $A < 0$, к указанному преобразованию следует добавить ещё преобразование симметрии относительно оси OX .

Для примера рассмотрим графики следующих функций (рис. 10, 11, 12).

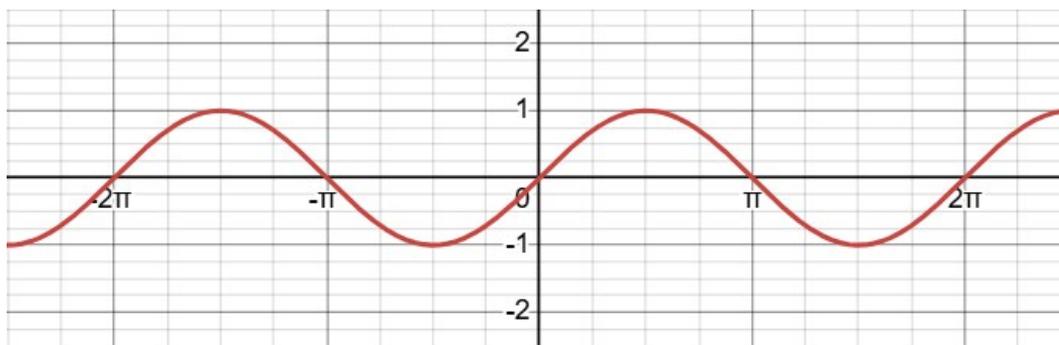


Рис. 10. График функции $Y = \sin x$

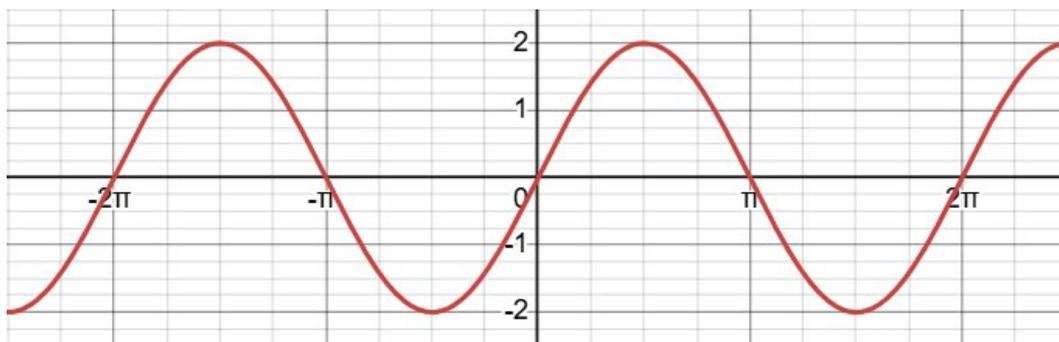


Рис. 11. График функции $y = 2 \sin x$

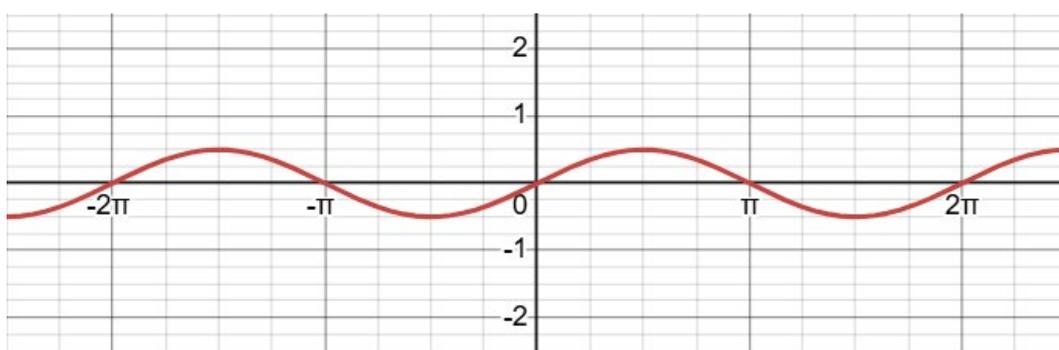


Рис. 12. График функции $y = 0.5 \sin x$

Построение графика функции $y = f(-x)$

Чтобы построить график функции $y = f(-x)$, достаточно отразить график функции $Y = f(x)$ относительно оси OY .

Для примера рассмотрим графики следующих функций (рис. 13, 14).

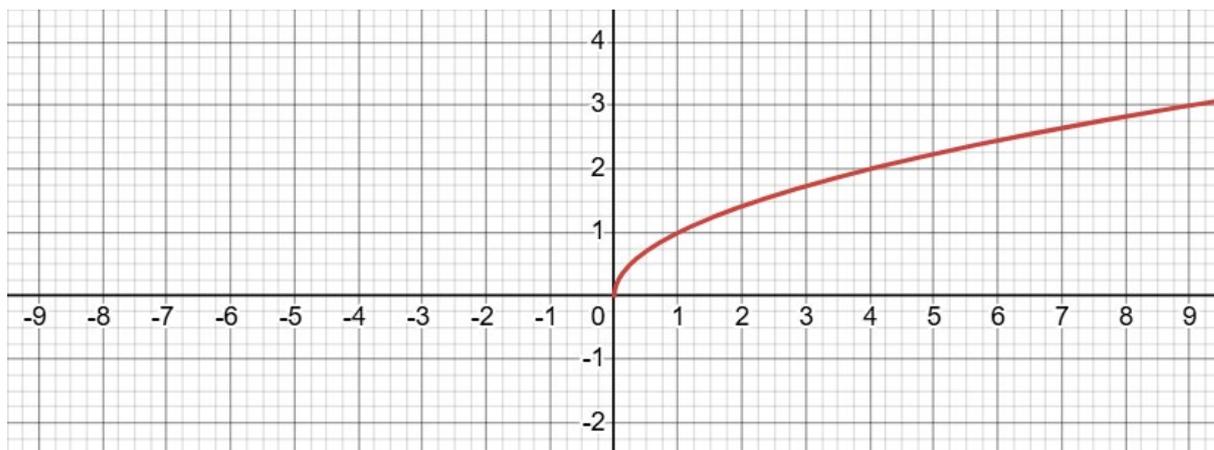


Рис. 13. График функции $Y = \sqrt{x}$

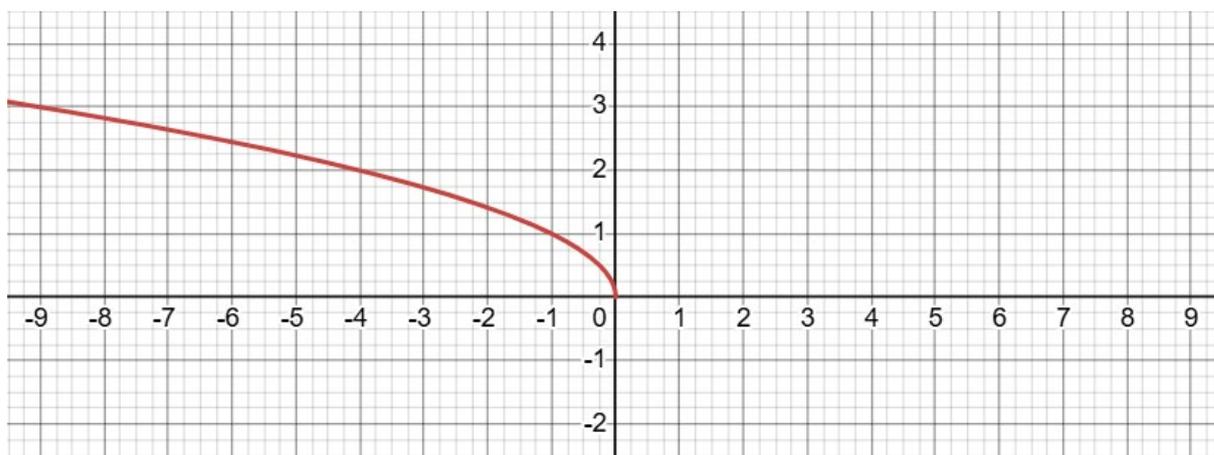


Рис. 14. График функции $y = \sqrt{-x}$

Построение графика функции $y = f(a \cdot x)$

Для того, чтобы построить график функции $y = f(a \cdot x)$ достаточно равномерно в a раз сжать к оси ординат график функции $Y = f(x)$. При этом, если $a > 1$, то происходит сжатие, при $0 < a < 1$ – растяжение. Если $a < 0$, то необходимо дополнительно построить отображение последнего графика относительно оси ординат.

Для примера рассмотрим графики следующих функций (рис. 15, 16, 17).

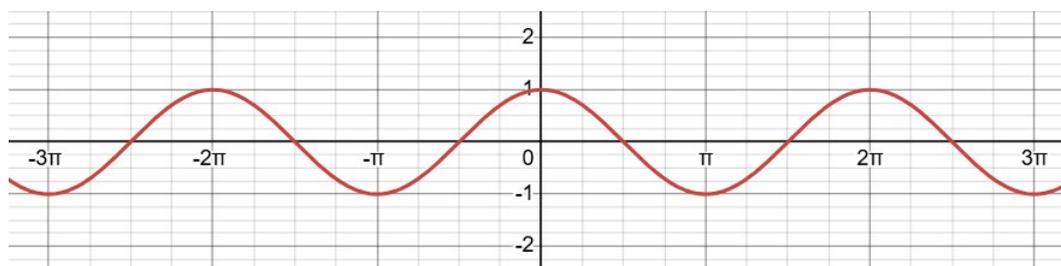


Рис. 15. График функции $Y = \cos x$

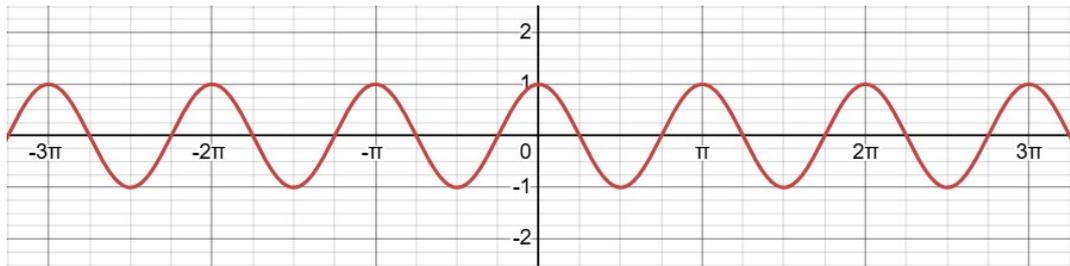


Рис. 16. График функции $y = \cos(2x)$

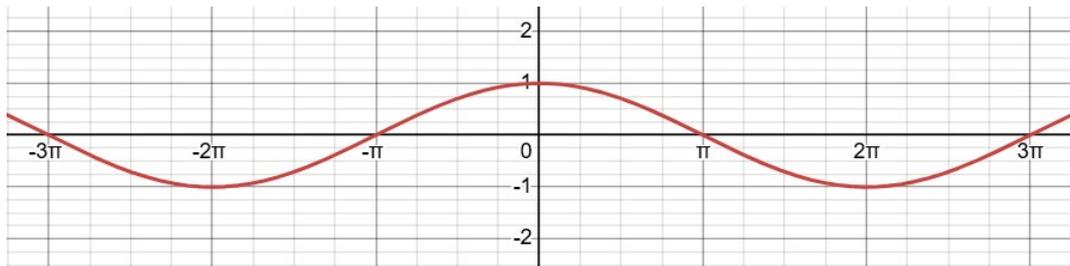


Рис. 17. График функции $y = \cos(0.5x)$

Построение графика функции $y = f(x + b)$

Для того, чтобы построить график функции $y = f(x + b)$ достаточно график функции $Y = f(x)$ сдвинуть по оси Ox на b единиц влево, если $b > 0$, или на b единиц вправо, если $b < 0$.

Для примера рассмотрим графики следующих функций (рис. 18, 19).

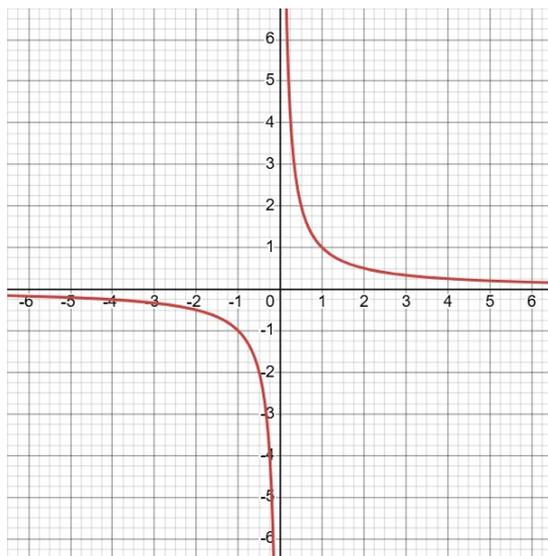


Рис. 18. График функции $Y = \frac{1}{x}$

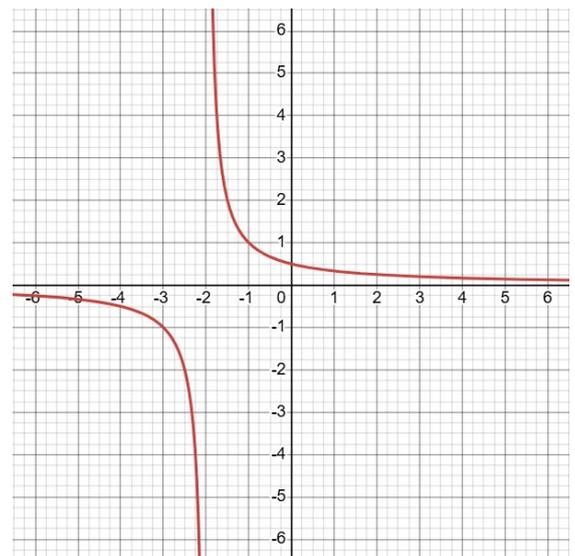


Рис. 19. График функции $y = \frac{1}{(x+2)}$

Построение графика функции $y = f(x) + C$

Каждая ордината нового графика отличается от ординат старого графика ровно на C единиц. Таким образом, чтобы построить график функции $y = f(x) + C$ достаточно график функции $Y = f(x)$ сдвинуть по оси OY на C единиц вверх, если $C > 0$, или на C единиц вниз в противном случае.

Для примера рассмотрим графики следующих функций (рис. 20, 21).

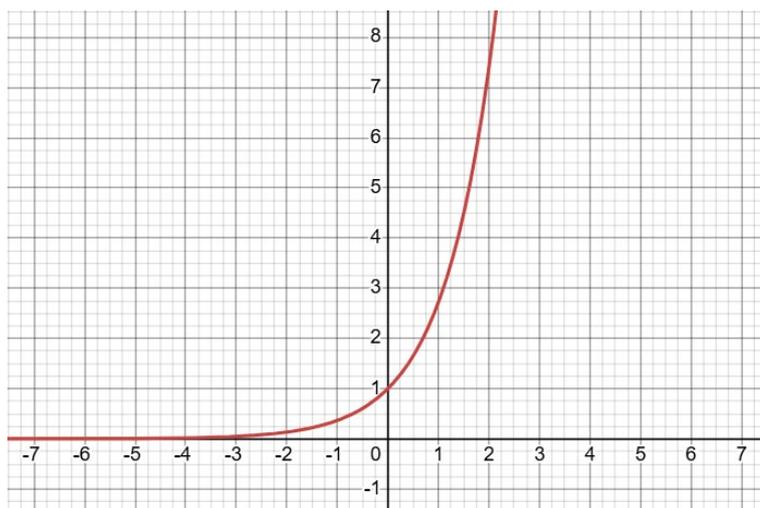


Рис. 20. График функции $Y = e^x$

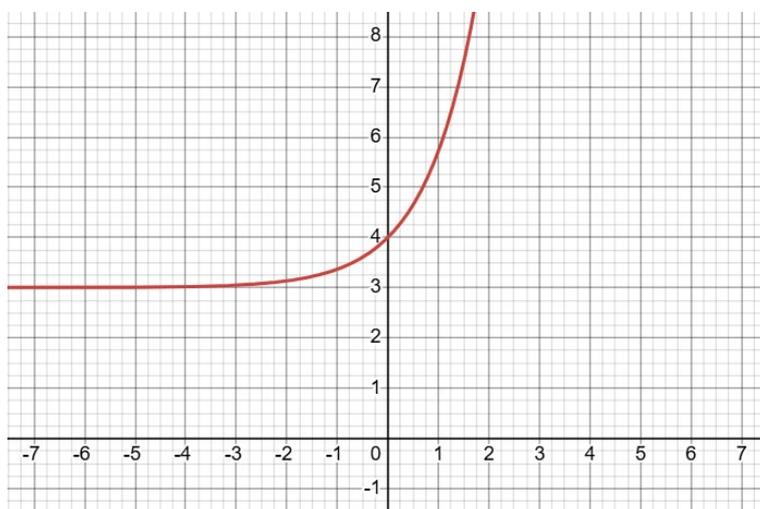


Рис. 21. График функции $y = e^x + 3$

Перечисленных свойств достаточно для решения задачи с аналогичным условием, но другими функциями в формулах.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

**по решению заданий №№3, 4, 5 и 7 по предмету «Физика»
в рамках теоретического этапа Московского конкурса межпредметных
навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал»,
номинация «Инженерный класс», направление «Космические классы»**

Методические рекомендации по использованию демонстрационных материалов и проведению теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» (далее – Конкурс) предназначены для участников Конкурса и учителей, ведущих профильную подготовку учащихся предпрофессиональных классов, с целью разъяснения хода решения заданий демонстрационного варианта по предмету «Физика», возможных трудностей при подготовке к Конкурсу, типичных ошибок, методики оценки.

Теоретический этап Конкурса проводится в форме компьютерного тестирования. Во время выполнения работы разрешается использовать непрограммируемый калькулятор, таблицу физических величин. В контрольно-измерительных материалах используются задания базового и повышенного уровня сложности с кратким ответом. Уровень сложности заданий требует от исполнителя следующих привитых умений:

- анализировать и выдвигать предположения;
- составлять уравнения по текстовым формулировкам;
- характеризовать свойства тел, физические явления и процессы, используя физические законы;
- выявлять недостающие или избыточные данные в условии задач, обосновывать выбор метода решения задачи, необходимых законов и формул;
- решать расчётные задачи, выбирая адекватную физическую модель с использованием законов и формул, связывающих физические величины;
- выбирать рациональный способ решения задачи;

- решать алгебраические уравнения и системы;
- последовательно выполнять этапы решения задачи повышенной трудности;
- определять размерность физической величины, полученной при решении задачи;
- анализировать полученный результат.

Предложенные в демонстрационном варианте физические задачи имеют следующие усложнения:

- использование понятий и законов из разных разделов механики и электростатики, что делает эти задачи комбинированными и привносит в них межпредметную и прикладную направленность;
- необходимость проанализировать численные данные задачи для определения возможного вида движения тел;
- применение многоступенчатых алгебраических преобразований, требующих решения систем линейных уравнений, с последующим вычислением физических величин;
- применение элементов электротехники (использование строения и принципов функционирования плоского конденсатора);
- необходимость одновременного рассмотрения участия заряда в электростатическом и гравитационном взаимодействиях, его движения в нескольких плоскостях, применения законов сохранения заряда, импульса и/или энергии;
- использование понятия удельного заряда (q/m);
- преобразование единиц физических величин в единицы международной системы СИ и в кратные величины с учётом приставок и множителей.

Рекомендуется организовать решение задач по физике следующим способом:

1. Чтение условия не менее двух раз. Первое – ознакомительное, второе и последующие (при необходимости) – для выяснения конкретных деталей

описанного события, составления или изучения рисунка (графика, схемы) и краткой записи условия с переводом значений всех величин в систему СИ (при необходимости).

2. Проникновение в суть рассматриваемого в условии физического явления: выяснение физической теории, описывающей явление, конкретных законов и принципов, основных формул, охватывающих известные и неизвестные величины, приведённые в условии, и физические константы.

3. Установление физической связи между величинами, приведёнными в условии, и неизвестными величинами посредством системы уравнений, учитывая общее требование: количество уравнений в системе должно быть не меньше общего числа неизвестных физических величин в ней.

4. Решение системы уравнений и получение конечной формулы, выражающей искомую неизвестную величину через величины, указанные в условии, и известные константы.

5. Выполнение численных расчётов, приведение полученного результата к требуемому по условию задачи формату (с применением стандартных множителей и приставок) и проверка полученного значения.

При краткой записи условия задания необходимо сразу же выяснить размерность физических величин, перевести их в систему СИ. Иногда при решении задания не требуется краткой записи условия задачи, но это создаст трудности в построении математической модели физической ситуации задачи. Поэтому рекомендуется записывать «Дано» подробно и проводить анализ текста задания, корректный перевод текстовой формы условия физической задачи в математическую форму, правильное указание размерностей физических величин. Если задание решается в общем виде, то последний пункт рекомендаций по записи «Дано» допускается пропустить.

Далее идёт самый сложный этап – построение физической модели ситуации задачи. В физической модели отражается основная идея задания. В большинстве задач из разных разделов физики допускается возможность схематического или графического изображения физической ситуации,

описанной в задаче. Даже если в условии этого не требуется, рисунок часто оказывается полезным. В предлагаемых задачах эта модель имеет вид чертежа или схемы электрического и, при необходимости, гравитационного взаимодействия. Если движение происходит в нескольких плоскостях, то дополнительные усилия должны быть направлены на анализ характера взаимодействий и видов движений в каждой плоскости с целью построения математической модели (выбора адекватных уравнений), либо, возможно, на абстрагирование от каких-то несущественных для решения задачи элементов. Если рисунок прилагается к задаче в готовом виде, то все усилия должны быть направлены на его анализ и внесение необходимых обозначений физических величин (сил, ускорений и т. п.) для построения математической модели движения тел, записи необходимых уравнений и их преобразования к виду, оптимальному для решения.

В результате анализа физической модели необходимо записать базовые формулы физических понятий и законы, которые планируется использовать. Нужно описать каждую вновь вводимую переменную (известную или неизвестную) и указать, какой буквой она обозначается. Должен быть понятен смысл всех физических величин. Особенно это касается величин, которые обозначаются одинаковыми греческими или латинскими буквами (время и температура, электрический заряд и количество теплоты и т. п.). Необходимо их чёткое разграничение для верного подсчёта известных и неизвестных физических величин в задаче.

При описании решения учащиеся должны указать названия всех законов и границы, в которых они применяются. Важно правильно указать связи между законами, проиллюстрировать каждую связь математическими уравнениями. После построения системы алгебраических уравнений в явном или неявном виде (знак системы уравнений учащиеся могут не ставить), математическая модель решения задачи считается построенной. Нужно чёткое осознание учащимися, что число уравнений должно быть равно числу неизвестных физических величин.

В дальнейшем решение задачи предполагает работу с алгебраическими уравнениями. На первое место в этом случае ставится знание математических формул, умения их преобразовывать, т.е. собственно математические умения.

Важно уметь объяснять каждую математическую выкладку и логический переход, так, чтобы была понятна логика решения: из какой формулы выражается конкретная физическая величина, куда она подставляется, какие происходят сокращения и преобразования формулы.

На следующем этапе решения задачи получают численное значение физических величин. Нужно проследить, чтобы вновь вводимые при построении модели постоянные были выражены в системе СИ и после проведения расчётов учащиеся получили результат в стандартном виде.

После получения численного результата его значение проверяется на соответствие физической реальности – результат должен быть разумным, согласовываться с условием задачи, искомая формула иметь соответствующую размерность и находиться в объективных границах этой величины, заданной физической реальностью. Необходимо сделать проверку разными способами: по размерности искомой физической величины, по решению задачи другим способом (если таковое возможно) и т. п.

Если задача предполагает несколько вариантов решения, то наиболее ценным будет тот, который предполагает самое рациональное решение – наиболее короткое, с одной стороны, и наиболее обоснованное – с другой. Только после этого учащийся переходит к записи ответа и завершению задачи.

Ученик может улучшить эффективность решения, если будет примерно представлять, насколько разные способы решения задач отличаются по трудоёмкости и по времени. Поэтому желательно в процессе подготовки рассмотреть с учениками все возможные варианты.

Проведём анализ решения заданий демонстрационного варианта.

***Задание №3.** При проведении серии опытов на борту космической станции батарею конденсаторов C_1 и C_2 зарядили до разности потенциалов*

9 В на клеммах А-В (рис. 22). Затем источник отключили и к клеммам А-В подключили батарею незаряженных конденсаторов C_3 и C_4 . Ёмкости конденсаторов $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_4 = 0,7$ мкФ. Площадь обкладок плоского конденсатора C_3 равна $0,08$ м², расстояние между ними $1,77 \cdot 10^{-4}$ м, диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего пространство между ними, $\epsilon = 70$.

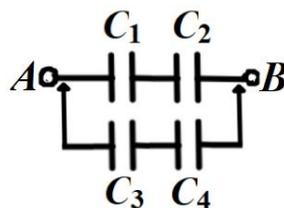


Рис. 22. Схема к заданию №3

Вычислите полный заряд, перешедший на обкладки конденсаторов блока C_{34} . Ответ округлите до десятых.

Варианты ответа:

- А) 1,5 мкКл
- Б) 0,4 мкКл
- В) 2,1 мкКл
- Г) 0,9 мкКл

Данная задача имеет повышенный уровень сложности. Сложность обусловлена, с одной стороны, использованием материала, рассматриваемого только в классах с углублённым изучением физики (последовательное и параллельное соединение конденсаторов не изучается в курсе физики на базовом уровне). С другой стороны, многоступенчатостью предполагаемого решения. Для получения искомого результата необходимо выполнить 4-7 действий с анализом, преобразованием схемы и применением формул электростатики к различным её участкам.

В условиях ограниченного времени для получения правильного ответа при решении задачи существенное значение имеет опыт анализа и применения электростатических формул к отдельным участкам схемы с

конденсаторами. Можно предложить следующий алгоритм для решения данного задания.

1) Замещение батареи конденсаторов C_1 и C_2 конденсатором C_{12} , ёмкость которого равна общей ёмкости батареи последовательно соединённых конденсаторов:

$$C_{12} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

2) Определение заряда, накопленного конденсатором C_{12} , при достижении на клеммах А-В (между обкладками C_{12}) разности потенциалов U_0 (9 В):

$$q_0 = U_0 \cdot C_{12}.$$

3) Замещение батареи конденсаторов C_3 и C_4 конденсатором C_{34} , ёмкость которого равна общей ёмкости батареи последовательно соединённых конденсаторов:

$$C_{34} = \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4}.$$

4) Замещение батареи параллельно соединённых конденсаторов C_{12} и C_{34} конденсатором C_{1-4} , ёмкость которого равна общей ёмкости батареи параллельно соединённых конденсаторов:

$$C_{1-4} = C_{12} + C_{34}.$$

5) Определение разности потенциалов U , установившейся на клеммах А-В после полной зарядки конденсаторов C_3 и C_4 от блока C_{12} по формуле:

$$U = \frac{q_0}{C_{1-4}}.$$

6) Выражение ёмкости плоского конденсатора C_3 через его параметры (площадь обкладок, расстояние между обкладками, диэлектрическая проницаемость вещества между обкладками):

$$C_3 = \varepsilon \varepsilon_0 S / d.$$

7) Определение заряда, перешедшего с обкладок блока C_{12} на обкладки конденсаторов блока C_{34} :

$$q_{34} = UC_{34}.$$

Последовательно подставляя выражения величин из п. 1 в п. 2 и т. д. получим выражение для заряда q_{34} :

$$q_{34} = \frac{U_0 C_{12}}{C_{1-4}} C_{34} = U_0 \frac{C_{12} C_{34}}{C_{12} + C_{34}}.$$

Преобразуя формулу, получаем:

$$q_{34} = \frac{U_0}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{34}}} = \frac{U_0}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}}.$$

Заменяем C_3 и получаем итоговую формулу:

$$q_{34} = \frac{U_0}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{d}{\varepsilon \varepsilon_0 S} + \frac{1}{C_4}}.$$

Подставляем числовые значения и вычисляем:

$$q_{34} = \frac{9}{\frac{177 \cdot 10^{-6}}{70 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,08} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{10}{7}\right) \cdot \frac{1}{10^{-6}}} = \frac{9}{\left(1 + \frac{177}{49,56} + \frac{10}{7}\right) \cdot 10^6}$$

$$q_{34} = \frac{9}{\left(1 + \frac{177 + 70,8}{49,56}\right) \cdot 10^6}; \quad q_{34} = \frac{9}{6} \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-6} (Кл) \Rightarrow \quad q_{34} = 1,5 \text{ мкКл.}$$

Ответ: А) 1,5 мкКл.

Для решения задания №3 также может понадобиться умение применять формулы и вычислять энергию заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

Для обеспечения необходимой точности количественного ответа необходимо сначала вывести конечную формулу, выражающую искомую неизвестную величину, и затем в неё подставлять числовые значения. Нельзя прибегать к вычислениям промежуточных значений величин. Каждое промежуточное вычисление может приводить к округлению и, следовательно, потере требуемой точности.

Задание №3 считается выполненным, если ответ учащегося совпал с эталоном. Выполненное задание оценивается в 5 баллов.

Задание №4. На поверхности неизвестной планеты по горизонтальной плоскости с начальной скоростью 10 м/с брусок скользит 10 м до полной остановки. Коэффициент трения 0,22. Определите массу этой планеты, если её радиус 2970 км. Форму планеты можно считать шаром.

Результат представьте в виде числа « $M \cdot 10^{24}$ кг» и запишите в ответ мантиссу « M », округлённую до целого числа.

Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$.

Возможные варианты ответа:

- А) 1
- Б) 2
- В) 3
- Г) 4
- Д) 5
- Е) 6
- Ж) 7

Данная задача имеет базовый уровень сложности. Однако, несмотря на это, она предполагает многоступенчатость решения. Для получения искомого результата необходимо выполнить 3-5 действий с анализом механического явления, использованием законов, преобразованием и применением формул кинематики и динамики.

Решение задания опирается на выражение из закона Всемирного тяготения ускорения свободного падения, а также выражение массы или радиуса планеты. В условиях ограниченного времени для получения правильного ответа при решении существенное значение будет иметь сформированность умений и навыков нахождения кинематической связи, преобразования формул кинематики и динамики, понимание связи ускорения свободного падения на поверхности планеты с её параметрами (радиус и масса).

Предлагаем рассмотреть следующий алгоритм решения.

1) Из закона Всемирного тяготения выражаем ускорение свободного падения на поверхности неизвестной планеты:

$$F = G \frac{M \cdot m}{R^2} = mg \rightarrow M = \frac{g \cdot R^2}{G}.$$

2) Для расчёта массы необходимо выразить величину ускорения свободного падения из условий замедленного движения бруска по горизонтальной плоскости. Используем основное уравнение динамики для бруска и выражаем из него ускорение a :

$$\vec{F}_{mp} = m\vec{a} \rightarrow a = \frac{F_{mp}}{m}.$$

3) Выражаем силу трения через величину силы реакции опоры на горизонтальной поверхности и подставляем в формулу ускорения, создаваемого силой трения:

$$F_{mp} = \mu|N| = \mu \cdot mg \rightarrow a = \mu g.$$

4) Составляем кинематический закон равноускоренного движения бруска (с отрицательной проекцией ускорения):

$$s = v_0 t - \frac{a \cdot t^2}{2}.$$

5) Записываем выражение для нулевой конечной скорости и выражаем время:

$$0 = v_0 - at \rightarrow v_0 = at \rightarrow t = \frac{v_0}{a}.$$

6) Полученное время используем для нахождения ускорения a :

$$s = v_0 \frac{v_0}{a} - \frac{a \left(\frac{v_0}{a} \right)^2}{2} \rightarrow s = \frac{v_0^2}{2a} \rightarrow a = \frac{v_0^2}{2s} = \mu g.$$

Выражаем ускорение g из п. 6 и подставляем в п. 1. Получаем итоговое выражение для массы планеты M :

$$g = \frac{v_0^2}{2\mu s}; \quad M = \frac{gR^2}{G} = \frac{v_0^2 R^2}{2\mu s G}.$$

Получаем итоговую формулу: $M = \frac{v_0^2 R^2}{2\mu s G}.$

Подставляем числовые значения и вычисляем массу неизвестной планеты:

$$M = \frac{10^2 \cdot 2,97^2 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 0,22 \cdot 10 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = \frac{8,8209 \cdot 10^{(12+11)}}{0,44 \cdot 10 \cdot 6,67} = \frac{8,8209}{29,348} \cdot 10^{23} = 0,3 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

Приводим полученное значение массы к виду числа с плавающей запятой « $M \cdot 10^{24}$ кг»:

$$M = 3 \cdot 10^{24} \text{ кг.}$$

Мантисса числа равна 3. Округление не требуется.

Ответ: В) 3.

В других вариантах задания №4 также может понадобиться умение решать задачи на движение тела, брошенного вертикально и под углом к горизонту.

Для обеспечения необходимой точности при получении количественного ответа необходимо сначала вывести конечную формулу, выражающую искомую неизвестную величину, и затем в неё подставлять числовые значения. Нельзя прибегать к вычислениям промежуточных значений величин. Каждое промежуточное вычисление может приводить к округлению, а, следовательно, к потере требуемой точности.

Задание №4 считается выполненным, если ответ учащегося совпал с эталоном. Его верное решение оценивается в 5 баллов.

Рассмотрим решение **задания №5** демонстрационного варианта.

Некоторая планета совершает полный оборот вокруг своей звезды за 600 часов, а сутки (для наблюдателя на этой планете) длятся 50 часов. За сколько часов эта планета совершает один оборот вокруг своей оси, если направление вращения вокруг оси и вокруг звезды совпадают? Выберите один вариант ответа из списка ниже с учётом округления.

Варианты ответа:

A) 46,15

B) 54,55

B) 50

Г) 48,25

За один год (оборот вокруг звезды) проходит $600/50 = 12$ суток. Рассмотрим для наглядности четверть года. На рис. 23 изображено перемещение планеты из положения А в положение В, во время которого она проходит ровно четверть оборота вокруг звезды. Обе оси вращения перпендикулярны плоскости рисунка, стрелками показаны направления вращения. Красной точкой отмечено положение наблюдателя. Пусть в положении А для него был полдень (он обращён в сторону звезды). Поскольку за четверть года прошло целое число суток, то в положении В у наблюдателя (красная точка) – снова полдень. Но если бы планета за это время совершила целое число оборотов вокруг оси, то наблюдатель оказался бы в точке, отмеченной синим. Понятно, что для смещения наблюдателя из синей точки в красную, планета должна совершить ещё четверть оборота (вокруг своей оси).

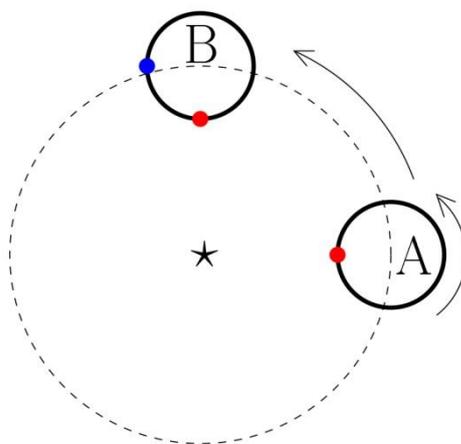


Рис 23. Движение планеты за четверть года

Таким образом, за четверть года планета совершает столько оборотов вокруг оси, сколько прошло суток и ещё четверть оборота. Следовательно, за весь год будет совершено на один оборот вокруг оси больше по сравнению с количеством прошедших суток. Остается разделить 600 на 13.

Ответ: А) 46,15.

Задачу можно отнести к разряду астрономических, связанных с особенностями орбитального движения и его наблюдениями. По своей

физико-математической сути она более относится к вопросам календаря, нежели к физике вращательного движения, и поэтому не должна представлять особых сложностей.

Задача строится вокруг одной основной идеи – различия понятий суток и оборота вокруг оси (т.е. поворота вокруг оси на 360°). Это различие является также основной и, возможно, единственной сложностью задачи и источником ошибок. К **типичным ошибкам** можно отнести приравнивание суток к полному обороту вокруг оси, а также неверный учёт направлений вращения. Если вращения разнонаправлены, то количество оборотов будет не обгонять, а отставать от количества прошедших суток. Для того, чтобы избежать подобных ошибок, следует составить геометрическую модель происходящего (например, как на рис. 23). Обязательным атрибутом модели должен являться наблюдатель на поверхности планеты, который фиксирует (считает) прошедшие сутки, а также сторонний наблюдатель, который издали способен определить совершённый планетой оборот вокруг оси. Понимание различия наблюдаемых явлений для двух указанных наблюдателей есть залог верного решения любой подобной задачи.

Задание №5 считается выполненным, если ответ учащегося совпал с эталоном. Его правильное решение оценивается 5-ю баллами.

Рассмотрим решение *задания №7* демонстрационного варианта.

Найдите первую и вторую космические скорости на планете с плотностью $4,0 \text{ г/см}^3$ при её радиусе 7800 км . При расчётах принять гравитационную постоянную равной $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$. Ответ выразите в км/с с одним знаком после запятой. При расчёте второй космической скорости необходимо воспользоваться полученным значением первой. В поля ответа необходимо ввести только числа.

Первая космическая скорость: _____ км/с.

Вторая космическая скорость: _____ км/с.

Первая космическая скорость (круговая скорость) – скорость, которую необходимо придать объекту, который после этого не будет использовать

реактивное движение, чтобы вывести его на круговую орбиту (пренебрегая сопротивлением атмосферы и вращением планеты). Иными словами, первая космическая скорость – это минимальная скорость, при которой тело, движущееся горизонтально над поверхностью планеты, не упадёт на неё, а будет двигаться по круговой орбите.

Расчёт первой космической скорости возможно провести по формуле:

$$v = \sqrt{G \frac{M}{R}},$$

где G – гравитационная постоянная (постоянная Ньютона), равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$, или $\text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$, R – радиус небесного тела, M – масса небесного тела.

По условию задачи радиус планеты известен, а масса – нет. Но дана её плотность. Значит необходимо выразить массу планеты через её плотность и радиус:

$$M = 4/3 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho,$$

где ρ – плотность планеты.

Таким образом, итоговую расчётную формулу возможно представить в виде:

$$v_1 = \sqrt{G \cdot \left(\frac{4/3 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho}{R} \right)} = \sqrt{4/3 \cdot \pi \cdot G \cdot \rho \cdot R}$$

В процессе подстановки численных значений в итоговую формулу некоторые школьники совершают грубую ошибку, не проверив размерность заданных значений. При решении данной задачи обязательно надо перевести исходные данные в систему СИ.

Перевести в систему СИ необходимо плотность планеты и её радиус:

$$\rho = 4,0 \text{ г/см}^3 = 4000 \text{ кг/м}^3,$$

$$R = 7800 \text{ км} = 7800000 \text{ м}.$$

После перевода величин, подстановки в итоговую формулу и расчёта получим значение $8,2446 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$. Однако, по условию задачи ответ надо выразить в км/с с одним знаком после запятой. Следовательно, необходимо

перевести м/с в км/с и округлить результат. В результате будет получено 8,2 км/с.

Вторая часть задачи посвящена расчёту второй космической скорости. Причём, по условиям задачи при расчёте второй космической скорости необходимо воспользоваться полученным значением первой. Соответственно, при решении необходимо вспомнить связь между первой и второй космическими скоростями:

$$v_2 = \sqrt{2} \cdot v_1$$

При подстановке численных значений и округлении получим 11,6 км/с.

Ответы:

Первая космическая скорость: 8,2 км/с.

Вторая космическая скорость: 11,6 км/с.

Задачу можно отнести к разряду астрономических, связанных с движением тел в гравитационном поле.

К **типичным ошибкам** можно отнести отсутствие перевода численных данных в систему СИ, представление итоговых численных данных не в заданных единицах измерения и ошибки округления.

Задание №7 считается выполненным, если ответы учащегося совпали с эталоном. Верно выполненное задание оценивается от 3 до 7 баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

**по решению заданий №№2, 9 и 10 по предмету «Информатика»
в рамках теоретического этапа Московского конкурса межпредметных
навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал»,
номинация «Инженерный класс», направление «Космические классы»**

Методические рекомендации по использованию демонстрационных материалов и проведению теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» (далее – Конкурс) предназначены для участников Конкурса и учителей, ведущих профильную подготовку учащихся предпрофессиональных классов, с целью разъяснения хода решения заданий демонстрационного варианта по предмету «Информатика», возможных трудностей при подготовке к Конкурсу, типичных ошибок, методики оценки.

Для решения заданий №2 (базового уровня) и №№ 9, 10 (углублённого уровня) по информатике требуется умение читать и анализировать алгоритмы, описанные словесно и на языке программирования C/C++. В частности, при решении задания №2 требуется знать, что такое одномерный массив, элемент массива, индекс элемента массива, уметь обходить массив, искать элементы, соответствующие некоторому условию, и совершать с ними другие необходимые действия; работать с различными видами циклов. В задании №10 рассматривается работа подпрограмм (функций) с учётом различных способов передачи данных в них, использование локальных и глобальных переменных.

Рассмотрим подробнее *задание №2*.

Космическое агентство разрабатывает автономного робота для исследования далёких планет. Робот должен уметь анализировать данные и выполнять повторяющиеся задачи в зависимости от полученных данных. Для этого разработана программа на языке C++, в которой используется несколько видов циклов и работа с массивами данных.

Входные данные:

- Робот получает данные о температуре на различных участках маршрута по поверхности планеты. Данные представлены в виде одномерного массива целых чисел (*temperatures[]*), где каждый элемент массива – это температура на конкретном участке.

- Робот фиксирует наличие препятствий на каждом участке, что представлено в виде другого массива (*obstacles[]*), где 1 означает наличие препятствия, а 0 – его отсутствие.

Роботу необходимо проанализировать данные и выполнить следующие задачи:

1) Робот должен двигаться по поверхности планеты, пока температура не опустится ниже -50°C или пока не встретит большое препятствие (обозначенное в массиве как 1). Определить, сколько участков робот пройдёт до остановки (переменная *count_before_stop*). Участок, на котором робот остановился, считать не нужно.

2) Робот должен проводить фотосъёмку каждого участка, где температура выше 0°C , и определить, сколько снимков сделает робот до остановки (переменная *photo_count*). На участке, где остановился робот, можно провести фотосъёмку.

3) Робот должен подсчитать общее количество участков с нормальной температурой (от -50°C до $+50^{\circ}\text{C}$) и без препятствий (переменная *count_normal_temp*).

Просуммируйте три числа, получившихся в результате выполнения указанных задач, и выберите из предложенных ниже вариантов ответа, чему равна эта сумма:

- А) 6
- Б) 5
- В) 7
- Г) 9

Код программы:

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main() {
    int temperatures[] = {20, -30, -55, 10, 35, -60};
    int obstacles[] = {0, 1, 0, 0, 0, 1};
    int n = sizeof(temperatures) / sizeof(temperatures[0]);

    int i = 0;
    while (i < n && temperatures[i] >= -50 && obstacles[i] == 0) {
        i++;
    }
    int count_before_stop = i;

    int j = 0;
    int photo_count = 0;
    do {
        if (temperatures[j] > 0) {
            photo_count++;
        }
        j++;
    } while (j < count_before_stop && temperatures[j - 1] > 0);

    int count_normal_temp = 0;
    for (int k = 0; k < n; k++) {
        if (temperatures[k] >= -50 && temperatures[k] <= 50 && obstacles[k]
== 0) {
            count_normal_temp++;
        }
    }
```

```

    }
}

cout << "Количество участков до остановки: " << count_before_stop
<< endl;

cout << "Количество снимков: " << photo_count << endl;

cout << "Количество участков с нормальной температурой и без
препятствий: " << count_normal_temp << endl;

return 0;
}

```

Для решения задания надо сначала ответить на 3 поставленных в условии вопроса, а потом просуммировать полученные результаты и записать в ответ сумму.

Для удобства пронумеруем строки кода.

```

1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3
4 int main() {
5     int temperatures[] = {20, -30, -55, 10, 35, -60};
6     int obstacles[] = {0, 1, 0, 0, 0, 1};
7     int n = sizeof(temperatures) / sizeof(temperatures[0]);
8
9     int i = 0;
10    while (i < n && temperatures[i] >= -50 && obstacles[i] == 0) {
11        i++;
12    }
13    int count_before_stop = i;
14
15    int j = 0;
16    int photo_count = 0;
17    do {
18        if (temperatures[j] > 0) {
19            photo_count++;
20        }
21        j++;
22    } while (j < count_before_stop && temperatures[j - 1] > 0);
23
24    int count_normal_temp = 0;
25    for (int k = 0; k < n; k++) {
26        if (temperatures[k] >= -50 && temperatures[k] <= 50 && obstacles[k] == 0) {
27            count_normal_temp++;
28        }

```

```

29 }
30 cout << "Количество участков до остановки: " << count_before_stop << endl;
31 cout << "Количество снимков: " << photo_count << endl;
32 cout << "Количество участков с нормальной температурой и без препятствий: "
33 << count_normal_temp << endl;
34 return 0;
35 }

```

В первом вопросе надо определить, сколько участков пройдёт робот до остановки, не считая сам участок остановки. Условие остановки следующее: либо температура будет ниже -50°C , либо встретится большое препятствие. Температуры заданы в одномерном массиве *temperatures[]*, наличие или отсутствие препятствий – в *obstacles[]*. В 10-й строке кода написано полное условие: робот движется вперед, пока участки не закончились и пока температура и местность допустимы. Причём, элементы массивов температуры и препятствий будут иметь в этом цикле одинаковые индексы. Сами значения заданы в строках 5 и 6.

Получаем следующее: количество элементов $n=6$, пары температура-препятствие (20, 0), (-30, 1), (-55, 0), (10, 0), (35, 0), (-60, 1). Уже на второй паре значений встречается величина, при которой условие, обозначенное в цикле (в 10-й строке), перестанет выполняться (встретится большое препятствие).

Получаем ответ первой подзадачи: 1.

Во втором вопросе требуется определить количество снимков (*photo_count*), которые робот сделал на посещённых участках с положительной температурой. На этот вопрос поможет ответить цикл с постусловием, расположенный с 17-й по 22-ю строки, внутри которого находится неполный условный оператор для проверки температуры, чтобы сделать и посчитать нужный снимок. На предыдущем шаге мы разобрали, что робот успел посетить всего два участка. На первой участке температура положительная, робот сделал снимок. На втором участке, где остановился

робот, температура отрицательная. Значит, получится всего 1 снимок до остановки.

Получаем ответ второй подзадачи: 1.

В третьем вопросе робот должен проанализировать и посчитать общее количество участков без препятствий, на которых температура принадлежит заданному диапазону. В данном случае, интересуется температура от -50°C до $+50^{\circ}\text{C}$. За решение этого вопроса отвечает параметрический цикл, расположенный в строках 25-29. Вспомним пары (температура-препятствие), которые мы выделили при решении первого вопроса: (20, 0), (-30, 1), (-55, 0), (10, 0), (35, 0), (-60, 1).

Согласно приведённому в 26-й строке условию, таких пар получается три: (20, 0), (10, 0), (35, 0). Пары (-55,0) и (-60,1) не подходят по температуре (в условии в 26-й строке этот параметр проверяется раньше), пара (-30,1) не подходит из-за препятствия.

Ответ на третий вопрос задания: 3.

Теперь просуммируем ответы. Получаем $1 + 1 + 3 = 5$ – решение данной задачи, что соответствует букве Б).

Ответ: Б) 5.

Рассмотрим возможные места *ошибок* у конкурсантов при условии, что код дан верный.

1. Всегда надо анализировать включённость граничных значений в условие. Например, в данной задаче в границы диапазона значений температуры были включены в 1 и 3 вопросах, а во втором вопросе не были включены (положительные температуры соответствуют условию $temperatures[j] > 0$).

2. Следует следить за изменениями индексов массивов в итерационных циклах. Не стоит забывать, что индекс первого элемента массива равен 0 (номер – 1, индекс 0), индекс последнего n-го элемента массива будет (n–1). Кроме того, в условии может встретиться ограничение, что необходимо

проверять значения только в определённой части массива. В данной задаче проверка всегда начиналась с первого элемента, но вполне возможен вариант, когда потребуется проанализировать остаток значений массива (не пройденные участки).

3. При чтении условия следует учитывать все накладываемые ограничения, чтобы получить корректный ответ.

За правильно выполненное задание №2 можно получить 5 баллов.

Перейдём к разбору **задания №10**.

Космическое агентство разработало программу на языке C++ для управления ресурсами и анализа данных на борту исследовательского космического корабля. Программа использует несколько функций, которые работают с локальными и глобальными переменными, а также реализуют рекурсию.

Функция *calculateFuel* принимает расстояние в световых годах и возвращает остаток топлива после полёта.

Функция *checkBattery* принимает суточное потребление энергии и количество дней полёта. Функция обновляет глобальную переменную *batteryLevel*, уменьшая её на соответствующее количество, и выводит предупреждение, если уровень заряда падает ниже 15% от начального значения.

Рекурсивная функция *calculateFlightDays* принимает начальный запас воды, количество членов экипажа и суточное потребление воды на одного члена экипажа. Она возвращает количество дней, на которые хватит воды.

Входные данные:

- Начальный запас топлива (переменная *fuelLevel*): 100 тонн.
- Начальный уровень энергии (переменная *maxBatteryLevel*): 5000 единиц.
- Начальный запас воды (переменная *waterLevel*): 400 литров.
- Суточное потребление энергии (переменная *dailyEnergyConsumption*):

200 единиц.

- Суточное потребление воды на одного члена экипажа (переменная *dailyWaterConsumption*): 3 литра.

- Количество членов экипажа (переменная *crewMembers*): 5 человек.

- Расстояние полёта (переменная *distance*): 20 световых лет.

Вопросы к задаче:

1) Сколько тонн топлива останется после полёта на 20 световых лет?

Напишите целое число в поле ответа. Ответ: _____.

2) Какой будет уровень энергии после 10 дней полёта? Укажите целое число в поле ответа. Ответ: _____.

3) На сколько дней хватит воды для экипажа из 5 человек? Целое число дней введите в поле ответа. Ответ: _____.

Код программы:

```
#include <iostream>
```

```
using namespace std;
```

```
const double maxBatteryLevel = 5000;
```

```
double fuelLevel;
```

```
double batteryLevel;
```

```
double waterLevel;
```

```
double calculateFuel(double distance) {
```

```
    double fuelConsumption = distance * 3;
```

```
    fuelLevel -= fuelConsumption;
```

```
    return fuelLevel;
```

```
}
```

```
void checkBattery(double dailyEnergyConsumption, int days) {
```

```
    batteryLevel -= dailyEnergyConsumption * days;
```

```

    if (batteryLevel < 0.15 * maxBatteryLevel) {
        cout << "Внимание: Уровень заряда батареи ниже 15%!" << endl;
    }
}

int calculateFlightDays(double water, int crewMembers, double
dailyWaterConsumption) {
    if (water < crewMembers * dailyWaterConsumption) {
        return 0;
    }
    return 1 + calculateFlightDays(water - crewMembers *
dailyWaterConsumption, crewMembers, dailyWaterConsumption);
}

int main() {
    fuelLevel = 100;
    batteryLevel = maxBatteryLevel;
    waterLevel = 400;

    double distance = 20;
    double dailyEnergyConsumption = 200;
    int crewMembers = 5;
    int days = 10;
    double dailyWaterConsumption = 3;

    cout << "Остаток топлива после полёта: " << calculateFuel(distance)
<< " тонн" << endl;
    checkBattery(dailyEnergyConsumption, days);
    cout << "Уровень заряда после " << days << " дней: " << batteryLevel

```

```

<< " единицу" << endl;
    int flightDays = calculateFlightDays(waterLevel, crewMembers,
dailyWaterConsumption);
    cout << "Запаса воды хватит на " << flightDays << " дней" << endl;
    return 0;
}

```

В данном задании имеется 3 вопроса, ответ на каждый из которых оценивается отдельно. Суммарно за их правильное выполнение можно получить от 1 до 8 баллов.

Для удобства пронумеруем строки алгоритма.

1	<code>#include <iostream></code>
2	<code>using namespace std;</code>
3	
4	<code>const double maxBatteryLevel = 5000;</code>
5	<code>double fuelLevel;</code>
6	<code>double batteryLevel;</code>
7	<code>double waterLevel;</code>
8	
9	<code>double calculateFuel(double distance) {</code>
10	<code>double fuelConsumption = distance * 3;</code>
11	<code>fuelLevel -= fuelConsumption;</code>
12	<code>return fuelLevel;</code>
13	<code>}</code>
14	
15	<code>void checkBattery(double dailyEnergyConsumption, int days) {</code>
16	<code>batteryLevel -= dailyEnergyConsumption * days;</code>
17	<code>if (batteryLevel < 0.15 * maxBatteryLevel) {</code>
18	<code>cout << "Внимание: Уровень заряда батареи ниже 15%!" << endl;</code>
19	<code>}</code>
20	<code>}</code>
21	
22	<code>int calculateFlightDays(double water, int crewMembers, double dailyWaterConsumption)</code>
	<code>{</code>
23	<code>if (water < crewMembers * dailyWaterConsumption) {</code>
24	<code>return 0;</code>
25	<code>}</code>
26	<code>return 1 + calculateFlightDays(water - crewMembers * dailyWaterConsumption,</code>
	<code>crewMembers, dailyWaterConsumption);</code>
27	<code>}</code>
28	
29	<code>int main() {</code>
30	<code>fuelLevel = 100;</code>
31	<code>batteryLevel = maxBatteryLevel;</code>

```

32  waterLevel = 400;
33
34  double distance = 20;
35  double dailyEnergyConsumption = 200;
36  int crewMembers = 5;
37  int days = 10;
38  double dailyWaterConsumption = 3;
39
40  cout << "Остаток топлива после полёта: " << calculateFuel(distance) << " тонн"
    << endl;
41  checkBattery(dailyEnergyConsumption, days);
42  cout << "Уровень заряда после " << days << " дней: " << batteryLevel << " единиц"
    << endl;
43  int    flightDays    =    calculateFlightDays(waterLevel,    crewMembers,
    dailyWaterConsumption);
44  cout << "Запаса воды хватит на " << flightDays << " дней" << endl;
45  return 0;
46  }

```

Проанализируем код. В строке 4 объявлена переменная-константа. Значение этой переменной не будет изменяться. В строках 5-7 объявлены глобальные переменные. Их инициализация осуществляется в начале главной функции в строках 30-32. Глобальные переменные доступны в любой подпрограмме, кроме тех случаев, когда внутри подпрограммы объявлена переменная с таким же именем, как у глобальной. В этом случае, алгоритм подпрограммы будет работать с локальной переменной, а не глобальной. В представленном коде имеется всего три функции, и ни в одной из них нет пересечений по названиям с глобальными переменными. Отсюда делаем вывод, что любые изменения глобальных переменных в функциях будут влиять на их значения.

В строках 34-38 объявлены локальные переменные. Область их видимости только функция `main()`. Эти переменные описаны выше в условии задачи, и нужны нам для её решения.

Первый вопрос задания звучит следующим образом: «Сколько тонн топлива останется после полёта на 20 световых лет? Напишите целое число в поле ответа».

Строка 40 содержит вызов функции *calculateFuel(distance)*, которая возвращает в качестве результата остаток топлива после полёта на *distance* световых лет. Данная функция описана в строках 9-13. Она подсчитывает количество топлива, потраченного на полёт, вычитает полученное значение из переменной, отвечающей за запас топлива, и полученный остаток возвращает как результат. Подставим значения в формулу.

1) $fuelConsumption = distance * 3 = 20 * 3 = 60$ (тонн) – будет потрачено за 20 световых лет.

2) $fuelLevel -= fuelConsumption = fuelLevel - fuelConsumption = 100 - 60 = 40$.

Запишем ответ на первый вопрос: 40.

Второй вопрос звучит так: «Какой будет уровень энергии после 10 дней полёта? Укажите целое число в поле ответа».

Ответ на этот вопрос будет содержаться в переменной *batteryLevel* после применения функции *checkBattery(dailyEnergyConsumption, days)*. Описание указанной функции приведено в строках 15-20. Выполним действия внутри этой функции:

$batteryLevel -= dailyEnergyConsumption * days,$

где $dailyEnergyConsumption = 200, days = 10,$

$batteryLevel = maxBatteryLevel = 5000.$

Подставим значения: $batteryLevel = batteryLevel - dailyEnergyConsumption * days = 5000 - 200 * 10 = 3000$

Запишем ответ на второй вопрос: 3000.

Рассмотрим последний вопрос данного задания: «На сколько дней хватит воды для экипажа из 5 человек? Целое число дней введите в поле ответа».

Переменная *flightDays*, отвечающая за количество дней, на которые хватит воды, объявлена в строке 43. Значение она получит из функции *calculateFlightDays(waterLevel, crewMembers, dailyWaterConsumption)*,

которая описана в строках 22-27. Эта функция является рекурсивной функцией, так как вызывает сама себя, причём рекурсия тут линейная. Произведём вычисления этой функции при конкретных значениях:

$$waterLevel = 400, crewMembers = 5, dailyWaterConsumption = 3.$$

Первый вызов будет выглядеть так:

$$calculateFlightDays(400, 5, 3).$$

Первый рекурсивный вызов происходит в строке 26 и будет выглядеть следующим образом:

$$calculateFlightDays(400 - 5 * 3, 5, 3).$$

Далее вызовы будут повторяться до тех пор, пока запас воды не станет меньше требуемого суточного количества. Схематично дерево вызовов функции показано на рис. 24. На рис. 25 показаны получаемые результаты для соответствующей строки вызова рекурсии. В самом низу для последнего случая согласно строке 24 будет возвращён 0. Далее вычисления будут производиться согласно строке 26, то есть к единице будет прибавлен результат работы следующего вызова функции. В результате в ответе получим 26.

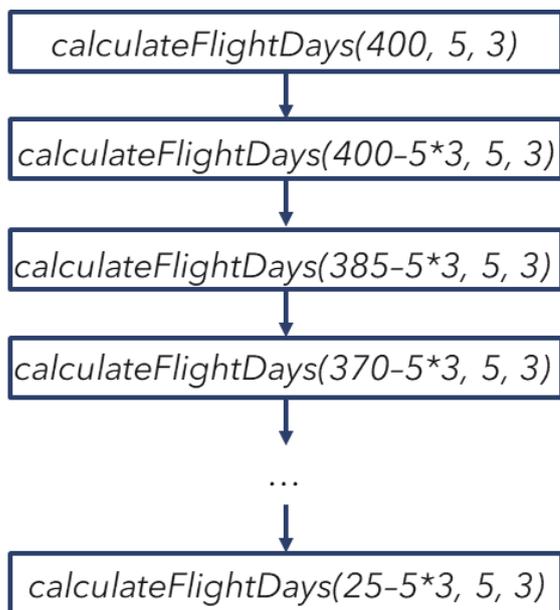


Рис. 24. Дерево вызовов рекурсивной функции *calculateFlightDays*

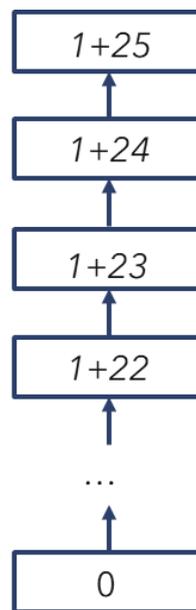


Рис. 25. Возвращаемые значения

Рассчитать это количество можно легко и без рекурсий. В сутки на команду из 5 человек требуется 15 литров воды.

$$400 : 15 = 26 \text{ (ост. 10).}$$

Запишем ответ на третий вопрос: 26.

При работе с функциями и глобальными переменными могут встречаться следующие **затруднения**:

1. Переменные с одним и тем же именем. Это касается как пары «глобальная переменная – локальная переменная», так и пары «фактический параметр – формальный параметр». В первом случае помните, что если переменная, объявленная внутри функции или в параметрах функции, имеет такое же имя, как глобальная, работа будет проходить не с глобальной переменной, а с локальной.

Во втором случае обращайте внимание на порядок следования переменных. Если переменная А передавалась при вызове функции на первом месте, а в описании параметров функции переменная с таким именем на другом месте, то это две разные переменные. Внутри функции работают те переменные, что объявлены в заголовке функции.

2. Переменные в функцию могут передаваться по значению, по ссылке и указателю. Первый способ передает только само значение, которое присваивается локальной переменной, объявленной в заголовке функции. И какие бы изменения с этой переменной внутри функции не происходили, они никак не отразятся на исходной переменной. Второй и третий способы подразумевают работу с исходной памятью переменной, а значит, в ней возможны изменения. В демоварианте все переменные передаются по значению.

3. Если какая-то глобальная переменная не должна изменяться в одной функции, но должна в другой, в первой функции стоит производить вычисления с дополнительной локальной переменной, которая примет начальное значение глобальной переменной.

4. Всегда обращайтесь внимание на то, какое значение и при каких обстоятельствах возвращается из функции. В демоварианте показан пример линейной рекурсии. Но встречаются алгоритмы, в которых происходит рекурсивный вызов для разных данных, например, для левой и правой половины массива.

5. Всегда обращайтесь внимание на задание первых (начальных) значений переменным.

6. В C/C++ работа алгоритма всегда начинается с функции `main()`.

Задание №9 относится к заданиям повышенного уровня сложности. Для успешного выполнения данного задания нужно знать, что такое ориентированный граф, матрица смежности, списки смежности, уметь использовать алгоритмы поиска путей в графе, соответствующих условию, в том числе алгоритм Дейкстры.

Космический крейсер оказался под атакой космических пиратов и отправил сигнал SOS. Два отряда космодесантников, находящихся на базе, получили сигнал и направились на помощь.

От базы (узел 1) до крейсера (узел 5) можно добраться через сеть червоточин, соединяющих некоторые узлы в пространстве (планеты или точки в пространстве).

Космическое пространство можно представить в виде графа с 5 вершинами, где вершины – это узлы (планеты или точки в пространстве), а рёбра – это червоточины с определённой длиной. Ниже в матрице смежности дана информация о длине рёбер-червоточин.

Отряд А может перемещаться только по рёбрам с нечётной длиной.

Отряд В обязан чередовать движение по рёбрам с чётной и нечётной длиной, при этом всегда начиная с чётной.

1) *Какой из отрядов доберётся до крейсера быстрее? Укажите русскую букву отряда (А или В) в поле ответа _____.*

2) *Возможно ли, что один из отрядов не сможет добраться до*

крейсера, учитывая ограничения на рёбра? Напишите в поле ответа знак «+», если это возможно, или знак «-» – в противном случае (без пробелов, кавычек или иных посторонних символов). Ответ: _____.

3) Введите в поле ответа длину кратчайшего маршрута (одним числом без пробелов и дополнительных знаков). Ответ: _____.

	1	2	3	4	5
1	0	3	7	6	5
2	3	0	4	2	7
3	7	4	0	1	8
4	6	2	1	0	3
5	5	7	8	3	0

Построим для наглядности граф из таблицы смежности (рис. 26).

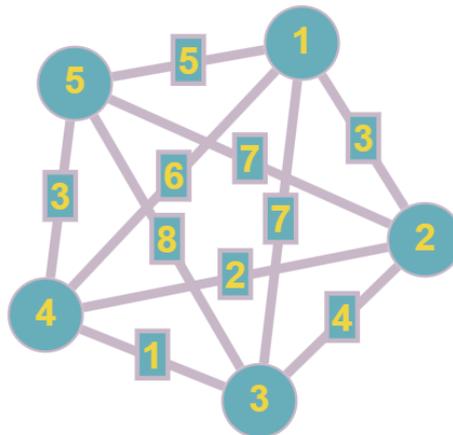


Рис. 26. Графическое представление червоточин между планетами и точками пространства

На графе показаны узлы, которые соединены рёбрами с различными весами. Отряд А может двигаться только по рёбрам с нечётной длиной, а отряд В обязан чередовать движение по рёбрами с чётной и нечётной длиной.

Первым делом рассмотрим возможные пути для отряда А. Он может двигаться только по рёбрам с нечётной длиной. Если посмотреть на граф, нечётные длины рёбер есть между узлами:

- 1 – 2 длины 3;
- 1 – 3 длины 7;
- 1 – 5 длины 5;
- 2 – 5 длины 7;
- 3 – 4 длины 1;
- 4 – 5 длины 3.

Эти связи можно представить в виде графа, как представлено на рис.

27.

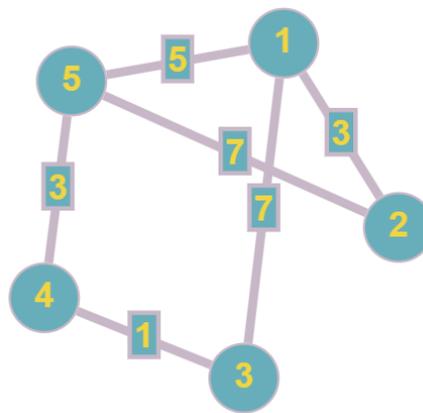


Рис. 27. Графическое представление связей нечётной длины между червоточинами

Отряд А может выбрать маршрут через узлы $1 \rightarrow 5$. Суммарная длина маршрута: 5. Другие возможные пути из 1 в 5:

- $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$ – длина маршрута $3 + 7 = 10$;
- $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$ – длина маршрута $7 + 1 + 3 = 11$.

Очевидно, что другие возможные маршруты для отряда А не оптимальны.

Теперь посмотрим на отряд В. Ему нужно чередовать чётные и нечётные длины червоточин, причём начинает он всегда с червоточины чётной длины. Из узла 1 идёт единственное ребро с чётной длиной равной 6 к узлу 4. Эта длина неоконченного пути больше, чем длина всего пути отряда А, значит отряд А прибудет на место первым.

Следовательно, ответ на первый вопрос задачи: А.

Второй вопрос задания: «Возможно ли, что один из отрядов не сможет добраться до крейсера, учитывая ограничения на рёбра?».

Исходя из предыдущих рассуждения, отряд А гарантировано доберётся до цели. Для отряда В надо довести путь через 4 вершину, учитывая особенности его движения. Из узла 1 в узел 4 отряд попал по чётному ребру. И следующее ребро должно быть нечётной длины. Из узла 4 выходит два подходящих ребра: ребро с весом 3 до узла 5 и ребро с весом 1 до узла 3. Поскольку в вопросе не важна длина пути отрядов, а важен только факт того, что какой-то отряд не сможет добраться (такой факт будет отмечен знаком «+»), нам подойдёт червоточина длиной 3 из узла 4 в узел 5. Констатируем факт, что оба отряда смогут добраться до крейсера.

Ответ на второй вопрос: -.

Кратчайший путь в задании демоварианта оказался равен 5 – длине одного ребра, соединяющего между собой начальную и конечную точки. Следовательно, ответ на третий вопрос задачи: 5.

За выполнение трёх пунктов задания 9 можно получить от 1 до 7 баллов.

Рассмотрим, какие **сложности** могут встретиться при решении этого задания:

1. На небольшом числе вершин удобнее представить матрицу смежности в виде графа. Тоже замечание касается и разреженных матриц. Так будет проще решить задачу.

2. Предположим, что отряд А может двигаться только по рёбрам чётной длины. Тогда маршрут этого отряда будет $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5$, а длина этого пути будет $6+2+4+8 = 20$. Тогда путь отряда В $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5$, длина пути $6+3 = 9$. Получается, что при такой формулировке задания отряд В доберётся до крейсера первым, и кратчайший маршрут будет его и будет равен 9.

3. Может встретиться такой вариант, при котором путь из начального узла в конечный не существует ни для одного отряда. В таком случае в третьем вопросе надо будет проставить длину кратчайшего пути 0, а в первом вопросе будет дан дополнительный вариант ответа для такого случая.

4. Предположим, оба отряда разными путями попадают из начального узла в конечный, и длины этих путей одинаковые. Как определить, какой вариант записать в первом вопросе? Если не оговорено иного, записываем тот отряд, который при равной длине пути прошел через меньшее количество узлов. Если и количество узлов будет одинаковое, то в условии варианта будет особо оговорен такой случай.

5. Иногда в задачах требуется найти не кратчайший путь, а самый длинный. Например, максимально задержать шаттл, чтобы он не успел прибыть вовремя на мероприятие. Тогда вспоминаем, что путь – это подграф без циклов, и ищем максимальное значение для пути, даже если он будет содержать не все узлы.

В любом случае следует внимательно читать условие задачи.