

Методические рекомендации
(разбор демонстрационного варианта конкурсных заданий
теоретического этапа Конкурса)

Задание 1

Тип задания: множественный выбор

Предмет: Математика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Уравнения с одной переменной

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Решение квадратных уравнений с помощью выделения полного квадрата из квадратного трехчлена или с использованием теоремы Виета

Текст задания:

Решить уравнение

$$x^4 - 4x^2 + \cos 3 \cdot x^2 - 4\cos 3 = 0$$

- a) $\{\pm 2; \pm\sqrt{-\cos 3}\}$ (верный)
- b) $\{\pm 3; 1 \pm \sqrt{\cos 3}\}$
- c) $\{1 \pm \sqrt{\cos 3}\}$
- d) $\{1 \pm 2\sqrt{\cos 3}; 4\sqrt{-\cos 3}\}$

Решение:

Решение. Перегруппируем слагаемые в уравнении:

$$x^4 - (4 - \cos 3)x^2 - 4\cos 3 = 0$$

Далее находим корни биквадратного уравнения

$$\{\pm 2; \pm\sqrt{-\cos 3}\}$$

Следует заметить, что число $-\cos 3 > 0$, так как число $3 < \pi$.

Ответ: $\{\pm 2; \pm\sqrt{-\cos 3}\}$

Видео с разбором задания:

<https://drive.google.com/file/d/1B3B79ZImPtcOLXO9qEvWMOVYSeZy9YIZ/view>

Задание 2

Тип задания: множественный выбор

Предмет: Математика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Решение задач с исследованием числовых функций и их графиков

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение решать неравенства с использованием графических методов

Текст задания:

Решить неравенство

$$\cos\sqrt{3-8x-3x^2} + \frac{2x+5}{x+2} \geq 0$$

- a) $x \in (-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$
- b) $x \in (-\infty; -3] \cup \left\{\frac{1}{3}\right\} \cup (2; +\infty)$ (верный)**
- c) $x \in (-\infty; -\frac{1}{3}] \cup (2; +\infty)$
- d) $x \in (-\infty; -3] \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Решение:

$$\cos\sqrt{3-x} - \frac{|x-1|-x+2}{|x-1|-1} \geq 0$$

Перенесем второе слагаемое неравенства направо. Неравенство примет вид

$$\cos\sqrt{3-x} \geq \frac{|x-1|-x+2}{|x-1|-1}.$$

Построим отдельно график правой части неравенства в осях Oxy .

$$y = \frac{|x-1|-x+2}{|x-1|-1}.$$

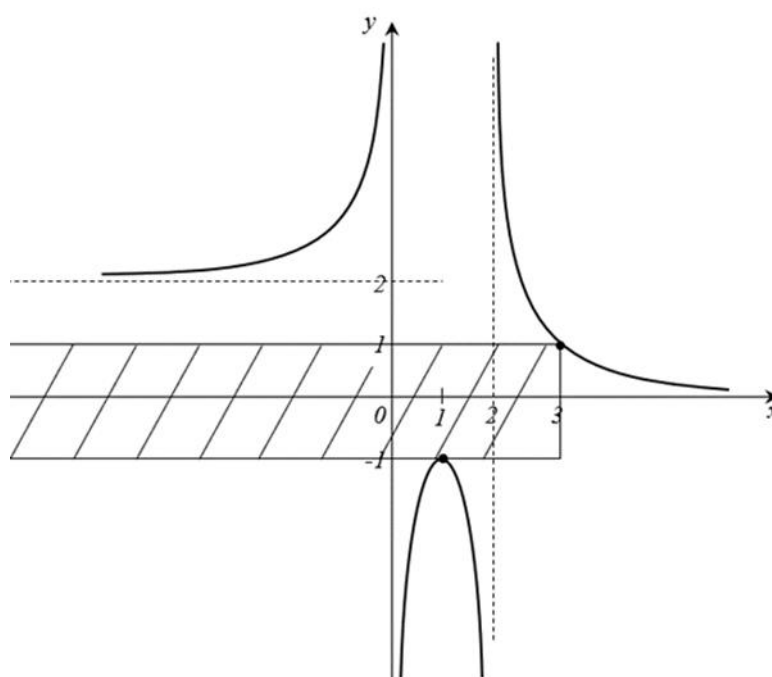
И в этих же осях построим область множества значений левой части.

Далее выписываем ответ:

$$x \in (0; 2) \cup \{3\}.$$

Видео с разбором задания:

<https://drive.google.com/file/d/1B3B79ZImPtcOLXQ9qEvWMQVYSeZy9YIZ/view>



Задание 3

Тип задания: множественный выбор

Предмет: Информатика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Процедуры и функции. Передача параметров. Локальные и глобальные объекты. Рекурсия

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Знание и понимание принципов передачи параметров (в т.ч. по имени и по значению) при вызове функций

Текст задания:

Ниже приведен фрагмент программы на алгоритмическом языке, содержащий объявление и вызов функции.

Алгоритмический язык	
1	алг цел fact(цел n)
2	нач
3	знач := 1
4	если n > 1 то
5	знач := n * fact(n-1)
6	все
7	кон
8	a := fact(x)

Выберите верное утверждение.

- a) X – формальный параметр. N – фактический параметр, передается по значению.
- b) X – формальный параметр. N – фактический параметр, передается по ссылке.
- c) **N – формальный параметр. X – фактический параметр, передается по значению (верный)**
- d) N – формальный параметр. X – фактический параметр, передается по ссылке.

Решение:

При описании функции определяется набор параметров, которые должны быть переданы ей при вызове. Эти параметры, используемые в исходном коде функции, называются формальными – они необязательно должны существовать или иметь реальные значения в момент запуска программы.

При вызове функции на место формальных параметров подставляются фактические – те, которые будут переданы в функцию и реально использованы при её выполнении вместо формальных. Они могут передаваться в функцию двумя способами: по значению или по ссылке.

При передаче по значению в момент вызова функции значение фактического параметра копируется и передается в функцию. Изменения этого параметра, происходящие во время выполнения исходного кода функции, после ее завершения не сохраняются. Именно этот режим передачи параметров используется в большинстве языков по умолчанию, если явным образом не указано иное.

Видео с разбором задания: <https://youtu.be/zznNJJNhSiU>

Задание 4

Тип задания: множественный выбор

Предмет: Информатика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Вещественная компьютерная арифметика. Форматы представления вещественных чисел. Мантисса и порядок числа

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Знание и понимание принципов представления вещественных чисел в памяти компьютера

Текст задания:

Некоторое число с плавающей точкой представлено в памяти компьютера в стандартном виде с базой 2 как $1,01e+1$. Найдите это число.

- a) 101
- b) 1010
- c) 5
- d) 2,5 (верный)**

Решение:

Числа с плавающей точкой хранятся в памяти ЭВМ в виде составной записи, состоящей из мантиссы и порядка с некоторой базой. База – это основание системы счисления, используемой для записи числа (в задаче – двоичная с.с.). Мантиссой называется сама запись числа с плавающей точкой (в задаче – $1,01$), она представляет собой запись числа в выбранной системе счисления, приведенную к виду с одним целым разрядом и некоторым количеством дробных. Порядок означает степень основания системы счисления, на которую необходимо домножить мантиссу, чтобы получить исходное число.

Запись вида $1,01e+1$ с базой 2 означает, что число записано в двоичной системе и равно $1,01_2 * 2 = 101_2 * 2 / 2^2 = 5 / 2 = 2,5$. Ответ: d.

Видео с разбором задания: <https://youtu.be/zznNJJNhSiU>

Задание 5

Тип задания: короткий ответ

Предмет: Информатика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Вероятностный подход к измерению количества информации. Формула Шеннона

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение вычислять количество информации по формуле Шеннона

Текст задания:

В закрытом ящике лежат 32 яблока, некоторые из них красные. Геннадий вслепую достает из ящика одно яблоко. Информационный объем сообщения: «Это яблоко НЕ красное» – составляет 4 бита. Используя формулу Шеннона, определите, какое максимальное количество красных яблок может быть в ящике?

Ответ: 30.

Решение:

В соответствии с вероятностным подходом к вычислению количества информации и формулой Шеннона, информационный объем сообщения о произошедшем событии, вероятность которого равна P , вычисляется как $H = -\log_2 P$ с округлением вверх (т.к. бит – неделимая единица).

Пусть x – количество НЕ красных яблок. В соответствии с условием задачи, информационный объем сообщения равен $4 = -\log_2 (x/32)$. Минимальное значение x , удовлетворяющее данному уравнению: $x=2$ (легко определить, например, подставляя в уравнение натуральные числа, начиная с 1). Тогда красных яблок будет 30. Ответ: 30.

Видео с разбором задания: <https://youtu.be/zznNJJNhSiU>

Задание 6

Тип задания: множественный выбор

Предмет: Информатика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Принципы построения компьютерных сетей. Сетевые протоколы. Адресация в сети Интернет

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение вычислять сетевые адреса, выполняя наложение сетевой маски

Текст задания:

В состав некоторой компьютерной сети входят устройства с IP-адресами: 172.18.251.18 и 172.18.252.14. Известно, что сеть имеет минимально возможный размер. Какой из перечисленных ниже адресов не принадлежит этой сети?

- a) 172.18.250.1
- b) 172.18.252.252
- c) 172.18.254.255
- d) 172.18.255.0
- e) **Ни один из перечисленных (верный)**

Решение:

Для решения задачи необходимо определить границы данной сети, задаваемые сетевой маской. В терминологии сетей TCP/IP маской сети называют двоичное число, которое показывает, какая часть IP-адреса узла относится к адресу сети, а какая – к адресу узла в этой сети. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к заданному адресу узла и его маске.

Если адреса относятся к одной сети, левая (сетевая) часть их IP-адресов должна совпадать. Запишем адреса в двоично виде и найдем максимально возможную длину маски по максимальному количеству общих (совпадающих) бит двоичного представления.

Заметим, что старшие два байта (172.18) совпадают у всех адресов – их можно не переводить, но помнить о том, что старшие 16 бит совпадают.

172.18.251.18 = 172.18.11111011.00010010

172.18.252.14 = 172.18.11111100.00001110

Итого совпали 16+5 = 21 бит. Теперь проверим остальные адреса. Они входят в сеть, если первые 21 бит также будут совпадать с найденными ранее (выделенными зелёным).

172.18.250.1 = 172.18.11111010.00000001

172.18.252.252 = 172.18.11111100.11111100

172.18.254.255 = 172.18.11111110.11111111

172.18.255.0 = 172.18.11111111.00000000

Как видно из двоичной записи, все адреса принадлежат данной сети. Ответ – е.

Видео с разбором задания: <https://youtu.be/zznNJJNhSiU>

Задание 7

Тип задания: множественный выбор

Предмет: Физика

Уровень сложности: базовый (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Механическое движение. Равноускоренное прямолинейное движение точки

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение определять закономерности изменения кинематических величин

Текст задания:

Уравнение зависимости проекции скорости движущегося тела от времени имеет вид: $V_x = 2 + 3 \cdot t$ (м/с). Каково соответствующее уравнение проекции перемещения тела?

- a) $r_x = 2t + 3t^2$ (м)
- b) $r_x = 1,5t^2$ (м)
- c) $r_x = 2t + 1,5t^2$ (м) (верный)
- d) $r_x = 3t + t^2$ (м)

Решение:

Уравнение зависимости проекции перемещения на ось x от времени имеет общий вид:
 $r_x = V_{0x} \cdot t + a_x \cdot t^2 / 2$, где V_{0x} – проекция начальной скорости на ось x , a_x – проекция ускорения.

Уравнение зависимости проекции скорости на ось от времени имеет общий вид:

$$V_x = V_{0x} \cdot t + a_x \cdot t.$$

Сравнивая это выражение с заданным $V_x = 2 + 3 \cdot t$, получаем, что проекция начальной скорости на ось равна $V_{0x} = 2$ (м/с), а проекция ускорения на ось $a_x = 3$ (м/с²).

Подставляя значения проекций начальной скорости и ускорения в уравнение для перемещения, имеем $r_x = 2 \cdot t + 1,5 \cdot t^2$ (м).

Видео с разбором задания: <https://disk.yandex.ru/d/aR4IYUG3xfs-7A>

Задание 8

Тип задания: короткий ответ

Предмет: Математика

Уровень сложности: повышенный (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Решение задач на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение выполнять операции анализа и синтеза, абстрагирования и конкретизации, находить признаки абстрактных математических понятий в реальных объектах и, следовательно, устанавливать связь теоретических знаний в области математики с жизнью

Текст задания:

Фермер Петр Николаевич производит сметану. Чтобы получить 200 килограммов сметаны жирностью 20,5% необходимо какое-то количество килограмм молока жирностью 4,5%, при этом

остается сыворотка жирностью 0,5%. Сколько килограмм молока потребуется Петру Николаевичу для производства указанного количества сметаны?

Ответ: 1000.

Решение:

Пусть для производства 200 кг сметаны требуется x кг молока. Тогда после производства останется $(x-200)$ кг сыворотки. Так как у молока жирность 4,5%, то жира в молоке содержится $\frac{4,5x}{100}$ кг. Жира в сметане содержится $\frac{20,5 \cdot 200}{100}$ кг, а в сыворотке $\frac{0,5 \cdot (x-200)}{100}$ кг. Масса жира в молоке равна сумме массы жира в сметане и массы жира в сыворотке. Получим уравнение $\frac{20,5 \cdot 200}{100} + \frac{0,5 \cdot (x-200)}{100} = \frac{4,5x}{100}$, решив которое получим $x = 1000$ кг.

Видео с разбором задания: <https://disk.yandex.ru/i/l7DBTfE75yft6w>

Задание 9

Тип задания: короткий ответ

Предмет: Математика

Уровень сложности: повышенный (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Понятие объёма. Объёмы многогранников. Объёмы тел вращения. Аксиомы объёма. Вывод формул объёмов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов.

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение решать практические задачи стереометрии с применением формул объемов многогранников.

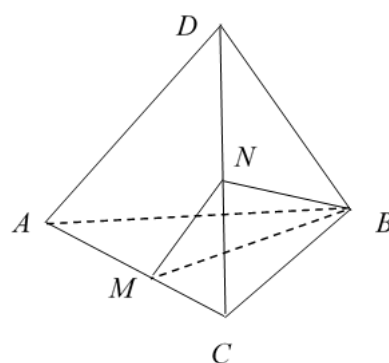
Текст задания:

В пирамиде $ABCD$ через медиану BM основания ABC и середину N ребра BC проведена плоскость. Найти объем фигуры $ADBNM$, если объем пирамиды $ABCD$ равен 80 см^3 (ответ дайте в см^3).

Ответ: 60.

Решение:

Объем фигуры $ADBNM$ равен разности объемов пирамид $ABCD$ и $MCBN$ (см. рисунок). Чтобы найти объем пирамиды $MCBN$, сравним его с объемом пирамиды $ABCD$. Так как медиана треугольника делит его площадь на две равные части, то $S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC}$. Так как N – середина ребра DC , то высота пирамиды $MCBN$ равна половине высоты пирамиды $ABCD$. Следовательно, $V_{MCBN} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 20 \text{ см}^3$. Искомый объем равен $80 - 20 = 60 \text{ см}^3$.



Видео с разбором задания: <https://disk.yandex.ru/i/6yqVsvSxO4hgOA>

Задание 10

Тип задания: короткий ответ

Предмет: Физика

Уровень сложности: повышенный (4 балла)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Электрическое поле. Его действие на электрические заряды. Напряженность

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение вычислять напряженность поля точечного заряда

Текст задания:

Капля дождя в виде шара получилась в результате слияния 216 заряженных капелек тумана. Во сколько раз напряженность поля на поверхности капли дождя больше напряженности на поверхности капельки тумана?

Ответ: 6

Решение:

Пусть капелька тумана имеет заряд q и радиус r , а капля дождя имеет заряд Q и радиус R . Число капелек обозначим N .

Для вычисления напряженности электрического поля воспользуемся формулой: $E = \frac{kq}{r^2}$, где q – значение точечного заряда, r – радиус.

Тогда для капли дождя значение напряженности вычисляется как $E_{\text{дождя}} = \frac{kQ}{R^2}$, а для капельки тумана $E_{\text{тумана}} = \frac{kq}{r^2}$.

Выразим отношение напряженности поля на поверхности капли дождя к напряженности поля на поверхности капельки тумана: $\frac{E_{\text{дождя}}}{E_{\text{тумана}}} = \frac{Qr^2}{qR^2}$.

При слиянии капелек заряд большой капли стал равен $Q=Nq$, где $N=216$.

При слиянии капелек объем большой капли стал равен $V_{\text{дождя}}=N \cdot V_{\text{тумана}}$.

Объем капель вычислим по формулам: $V_{\text{дождя}} = \frac{4}{3}\pi R^3$, $V_{\text{тумана}} = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Следовательно, $R^3=Nr^3$ или $R = \sqrt[3]{N} \cdot r$.

Найдем отношение напряженностей

$$\frac{E_{\text{дождя}}}{E_{\text{тумана}}} = \frac{Nqr^2}{q\sqrt[3]{N}^2 r^2} = \sqrt[3]{N} = \sqrt[3]{216} = 6.$$

Видео с разбором задания: <https://disk.yandex.ru/i/on9It-S-wcINmA>

Задание 11

Тип задания: короткий ответ

Предмет: Информатика

Уровень сложности: повышенный (5 баллов)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Целочисленный тип данных. Программирование обработки цифр числа в различных системах счисления. Проверка, является ли число простым. Решето Эратосфена. Алгоритм Евклида

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение выполнять трассировку программы, находить и исправлять ошибки в программном коде

Текст задания:

Ниже приведен исходный код функции на алгоритмическом языке, которая для данного натурального числа n находит количество его уникальных простых делителей (не включая само число n). В программе допущена ошибка. Укажите номер строки, которая требует корректировки.

Алгоритмический язык	
1	алг цел f(цел n) :
2	нач
3	цел s := 0
4	нц для i от 2 до div(n,2) + 1
5	если mod(n,i) <> 0 то
6	цел j := i - 1
7	нц пока j > 1 и mod(i,j) <> 0
8	j := j - 1
9	кц
10	если j = 1 то
11	s := s + 1
12	все
13	все
14	кц
15	знач := s
16	кон

Ответ: 5

Решение:

Для решения этой задачи необходимо понять логику представленного исходного кода функции f . При этом известно, что функция для данного натурального числа n находит количество его уникальных простых делителей (не включая само число n).

Функция принимает на вход целочисленную переменную n (1 строка). Создается целочисленная переменная s , ей присваивается значение 0 (3 строка). Вероятно, она будет использована как счётчик в процессе работы функции. Заметим, что именно значение переменной s функция возвращает, завершая работу (строка 15).

Далее (строка 4) в цикле для всех i от 2 до вычисляемого значения, равного результату целочисленного деления исходной n на 2, плюс 1, выполняются строки с 5 по 13. В этом цикле для всех возможных пар n и i проверяется равенство остатка от деления n на i нулю – фактически это проверка кратности n i .

Для тех i , которые не являются делителями n , выполняются строки 6-12. Здесь в цикле проверяются все числа j от $i-1$ до 2 на то, являются ли они делителями числа i . Фактически, это означает проверку i на то, является ли оно простым. Если да, счётчик s увеличивается на 1 (11 строка).

Таким образом, Переменная s увеличивается на 1 для каждого простого i , не являющегося делителем n . Очевидно, это не соответствует назначению функции – считать число простых делителей. Проверка делимости n на i выполняется на строке 5 – именно она и содержит ошибку.

Видео с разбором задания: <https://youtu.be/zznNJJNhSiU>

Задание 12

Тип задания: короткий ответ

Предмет: Информатика

Уровень сложности: повышенный (5 баллов)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Основы логики. Операции импликации, эквиваленции, исключающего «или». Задача восстановления логического выражения заданной структуры по его таблице истинности. Решение логических уравнений и систем логических уравнений

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение решать логические уравнения и системы логических уравнений

Текст задания:

Сколько различных решений имеет система логических уравнений, в которой переменные a, b, c, \dots, h являются логическими (т.е. могут принимать значения 0 или 1)?

$$(\neg(a \wedge b)) \vee (c \wedge d) = 1$$

$$(\neg(c \wedge d)) \vee (e \wedge f) = 1$$

$$(\neg(e \wedge f)) \vee (g \wedge h) = 1$$

Ответ: 121.

Решение:

Эта задача может быть решена аналитически или программно.

Рассмотрим программное решение на примере языка Python (решение на других языках будет аналогичным). Для этого напишем программу, которая переберет все возможные наборы из 8 переменных a, b, c, \dots, h и проверит, сколько из них обращают приведенную систему логических уравнений в верные логические выражения.

Видео с разбором задания: <https://youtu.be/zznNJJNhSiU>

Python 3.8

```
1 def ur(x1,x2,x3,x4):
2     return int((not(x1 and x2)) or (x3 and x4))
3 k = 0
4 for a in range(2):
5     for b in range(2):
6         for c in range(2):
7             for d in range(2):
8                 for e in range(2):
9                     for f in range(2):
10                        for g in range(2):
11                            for h in range(2):
12                                if ur(a,b,c,d,) == 1:
```

```
13         if ur(c,d,e,f,) == 1:
14             if ur(e,f,g,h) == 1 :
15                 k += 1
16     print(k, [a,b,c,d,e,f,g,h])
```

Задание 13

Тип задания: короткий ответ

Предмет: Информатика

Уровень сложности: повышенный (5 баллов)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Коды, обеспечивающие обнаружение и исправление ошибок при передаче информации. Код Хэмминга

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение составлять и анализировать корректирующие коды

Текст задания:

По каналу связи с помощью равномерного двоичного корректирующего кода Хэмминга передаются сообщения, содержащие только 4 буквы А, Б, В, Г. Кодовые слова для всех четырёх букв известны: А: 00000, Б: 10011, В: 11100, Г: 01111. Сколько ошибок может исправить такой код?

Ответ: 1

Решение:

Корректирующая способность кода Хэмминга рассчитывается по формуле $N = \left\lfloor \frac{l-1}{2} \right\rfloor$, где $l = \min\{\omega(\alpha \oplus \beta) \mid \alpha \neq \beta\}$ – минимальное кодовое расстояние Хемминга. Ниже представлены все возможные кодовые расстояния (для всех возможных пар кодовых слов, всего таких пар 6: АБ, АВ, АГ, БВ, БГ, ВГ):

$$\omega(A \oplus B) = \omega(10011) = 3$$

$$\omega(A \oplus B) = \omega(11100) = 3$$

$$\omega(A \oplus G) = \omega(01111) = 4$$

$$\omega(B \oplus B) = \omega(01111) = 4$$

$$\omega(B \oplus G) = \omega(11100) = 3$$

$$\omega(B \oplus G) = \omega(10011) = 3$$

Таким образом, минимальное расстояние – 3, корректирующая способность – 1.

Видео с разбором задания: <https://youtu.be/zznNJJNhSiU>

Задание 14

Тип задания: короткий ответ

Предмет: Информатика

Уровень сложности: повышенный (5 баллов)

Уникальные кодификаторы Конкурса: Двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. Перевод числа из системы счисления с основанием $p = k^m$ в систему счисления с основанием $q = k^n$ ($k, n, m \in \mathbb{N}, k, m > n > 1$). Выполнение основных арифметических действий (сложение, вычитание, умножение и деление) в системе счисления с основанием, отличным от 10

Контролируемые требования к проверяемым умениям: Умение выполнять арифметические действия в системах счисления с произвольным основанием

Текст задания:

Значение арифметического выражения

$$243^{11} - 27^{14} + 3^9$$

записано в системе счисления по основанию 81. Определите сумму цифр полученной записи в десятичной системе счисления, если считать, что цифрами в системе по основанию 81 являются обычные десятичные числа.

Ответ: 261

Решение:

Эта задача может быть решена аналитически или программно.

Рассмотрим программное решение на примере языка Python. Для этого напишем программу, которая вычислит значение данного арифметического выражения, а затем переведет результат в систему счисления по основанию 81 и найдет сумму цифр.

Видео с разбором задания: <https://youtu.be/zznNJJNhSiU>

Python 3.8

```
1 a = 243**11 - 27**14 + 3**9
2 s = []
3 while a > 0:
4     s.append(a % 81)
5     a //= 81
6 print(sum(s), s[::-1])
```