

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ "МИСиС"**

**Краткие методические указания к заданиям теоретической части
направления «Моделирование и прототипирование» в номинации
ИТ-класс конкурса «Интеллектуальный мегаполис потенциал»**

Авторы:

Аристов А.О.

Ким-Тян Л.Р.

Завьялова Т.В.

Зотов В.В.

Москва, 2022

Введение	3
1. Общие указания к задачам на информационный объём и кодирование	5
2. Общие указания к задачам на графы	7
3. Общие указания к задачам на нахождение массы и объёма изделий 3D-печати.....	9
4. Комментарии к задачам по математике и по физике.....	10

Введение

Данные краткие методические указания к заданиям теоретической части направления «Моделирование и прототипирование» в номинации ИТ-класс разработаны для участников Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» (далее Конкурс).

Методические материалы подготовлены на основании «Спецификации конкурсных материалов для проведения теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации ИТ-класс по направлению Моделирование и прототипирование» (далее Спецификация) и разработанного в соответствии со Спецификацией демоварианта заданий теоретического этапа.

Профильными предметами, знания по которым проверяются в рамках направления «Моделирование и прототипирование» являются математика, информатика, физика, а также обязательный элективный курс «Моделирование и прототипирование».

Методические указания предназначены для участников Конкурса и учителей, ведущих профильную подготовку обучающихся предпрофессиональных классов, с целью разъяснения хода решения заданий демонстрационного варианта, возможных трудностей при подготовке к Конкурсу, типичных ошибок, методики оценки.

Теоретический этап Конкурса проводится в форме компьютерного тестирования. Во время выполнения работы разрешается использовать непрограммируемый калькулятор, таблицу физических величин.

В контрольно-измерительных материалах используются задания базового и повышенного уровня сложности, с выбором одного ответа из нескольких предложенных и с кратким ответом

При подготовке к теоретической части рекомендуется изучить Спецификацию и демовариант заданий, а также дополнительно просмотреть специально подготовленные видеоматериалы, опубликованные на сайте <https://im.mcko.ru/mo.php> в соответствии с выбранными направлениями и номинациями Конкурса.

Во всех материалах используется общая сквозная нумерация задач в соответствии со Спецификацией.

Все материалы Конкурса размещены на сайте <https://im.mcko.ru/>.

1. Общие указания к задачам на информационный объём и кодирование

Предполагается, что в памяти компьютера представлен сложный объект, состоящий из некоторого количества элементов. Например, если объект – это растровое изображение, элементами являются пиксели. Если объект – это воксельная модель, то элементами являются воксели, т.е. кубы из которых модель состоит.

Решение указанного класса задач предполагает нахождение информационного объёма по формуле:

$$I = i \cdot N,$$

где i - информационный объём одного элемента, N – количество объектов.

Для того, чтобы определить информационный объём, необходимый для кодирования одного элемента, необходимо определить, сколько существует возможных вариантов элемента. Если таких вариантов всего 2, то для кодирования достаточно всего 1 бита информации. Такая ситуация встречается, если каждый пиксель окрашивается в чёрный или белый цвет, а на месте вокселя есть кубик или его нет.

В общем случае для кодирования объекта, который бывает одного из n типов, необходим информационный объём

$$i = \lceil \log_2 n \rceil,$$

где $\lceil \dots \rceil$ – округление в сторону большего целого. Например, если закодировать 3 цвета, то потребуется 2 бита, поскольку одной двоичной ячейки памяти будет недостаточно. Вообще k бит позволяют закодировать 2^k возможных типов объектов.

В задачах с растровыми изображениями i рассматривается как глубина цвета, т.к. количество бит информации, необходимых для

кодирования n цветов в которые будет окрашен пиксель. Тогда информационный объём изображения в битах вычисляется как:

$$I = i \cdot w \cdot h ,$$

где i – глубина цвета в битах, w – ширина изображения в пикселях, h – высота изображения в пикселях.

Идеи кодирования изображений также используются при анализе набора бинарных данных. Набор даётся в виде последовательности бит информации, где в зависимости от условий задачи определяется, как интерпретировать те или иные биты. Например, дана последовательность:

1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0

Если по условию изображение 3×3 , а глубина цвета 2 бита, то каждая пара бит соответствует цвету пикселя. Если изображение монохромное, то каждый бит соответствует пикселю чёрного или белого цвета.

Для удобства интерпретации, запишем последовательность бит в виде таблицы. Например, для изображения 3×3 таблица представлена на рис 1.

10	10	10
11	10	01
10	00	00

Рис. 1 – Распределение пикселей раstra

В таком случае чётко виден бинарный код каждого пикселя, и расположение его на растре.

2. Общие указания к задачам на графы

Одной из практических задач на графы является моделирование многослойной печатной платы. Каждая вершина графа в этом случае моделирует электронный компонент, а каждое ребро – соединение в виде металлических дорожек.

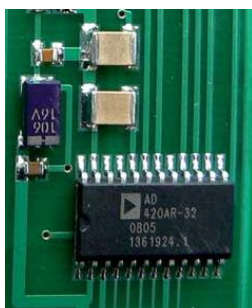


Рис. 2 – Пример фрагмента печатной платы

Металлические дорожки не должны пересекаться, т.к. это вызовет короткое замыкание. Однако линии соединения допустимо вести “в обход”, так чтобы исключить пересечения, либо перенести на другой слой. Подобная ситуация представляется в виде графа. Если граф представим в таком виде, чтобы его рёбра пересекались только в вершинах, граф называется планарным. Пример планарного графа представлен на рис. 3.

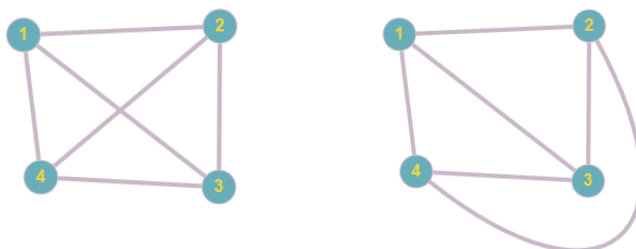


Рис. 3 – Визуализация планарного графа

Задача определения планарности графа предполагает поиск “запрещённых” фигур, нахождение которых в графе в качестве подграфов нарушают возможность его расположения на одной плоскости. Такими фигурами являются графы F_5 и $K_{3,3}$, показанные на рис. 4,5

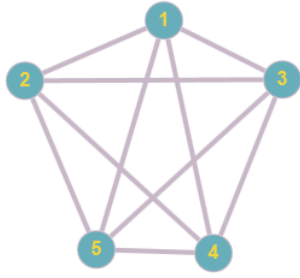


Рис. 4 – Граф F5

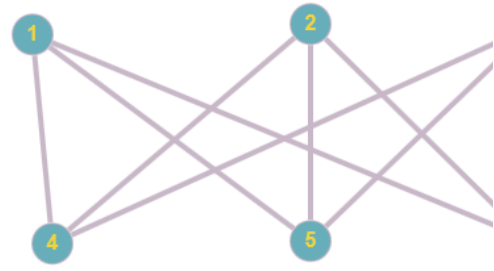


Рис. 5 – Граф K3,3

Рассмотренные графы не являются планарными. Примеры отображения на плоскости показаны на рис. 6,7. При этом одно ребро, выделенное на рисунке другим цветом, выносится на другой слой.

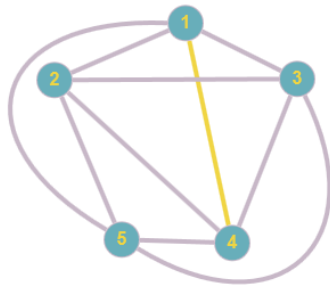


Рис. 6 – Отображение графа F5 в два слоя

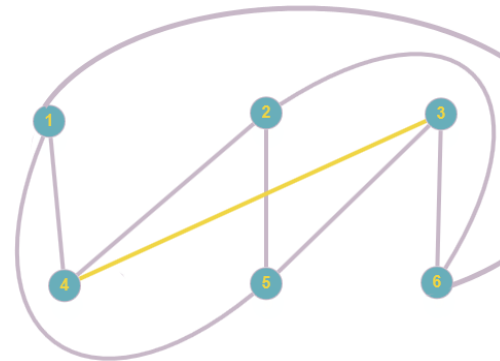


Рис.7 – Вложение графа K3,3 в два слоя

Для определения количества слоёв, в которые размещается печатная плата, необходимо установить наличие в графе, моделирующем печатную плату, подграфов F5 и K3,3 или подграфов, полученных навешиванием вершин на рёбра указанных подграфов. Наличие таких подграфов означает наличие более чем 1 слоя.

3. Общие указания к задачам на нахождение массы и объёма изделий 3D-печати

Изделия, изготавливаемые на принтере, печатают из различных материалов, плотность которых известна. При трёхмерной печати в ряде случаев изделия не являются монолитными, а предполагают заполнение, определяющее отношение объёма пустоты внутри изделия к объёму материала. В таких случаях масса вычисляется по формуле:

$$m = \rho \cdot V \cdot k ,$$

где ρ – плотность материала, V – объём изделия, k – коэффициент заполнения.

Плотность является табличным значением, коэффициент заполнения определяется по условию задачи. Таким образом, наибольшую сложность представляет вычисление объёма. При вычислении объёма следует разбить изделие на несколько частей, каждая из которых сводится к вычислению объёмов стандартных фигур. В частности, для цилиндра объём вычислим по формуле:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h ,$$

где r – радиус цилиндра, h – высота цилиндра.

Для параллелепипеда объём вычислим по формуле:

$$V = l \cdot w \cdot h ,$$

где l – длина параллелепипеда, w – ширина параллелепипеда, h – высота параллелепипеда. В ряде случаев встречаются части объёмных тел, например, полуцилиндры.

Линейные характеристики нетрудно видеть на чертежах, которые даются по условию задачи. При этом если в той или иной части изделия есть прорезы, отверстия, щели, то их объёмы также вычисляются по приведённым выше формулам, однако, чтобы найти объём изделия с отверстием или щелью, объём соответствующей части необходимо вычесть из объёма изделия в целом.

4. Комментарии к задачам по математике и по физике

Задача 4.

В задаче необходимо обратить внимание на нахождение оптимального значения объема геометрического тела. В данной задаче, численное значение объема вертикального цилиндра (по условию) напрямую зависит от расположения в нем помидоров, то есть нужно рассмотреть все возможные варианты расположения. Например, такие:

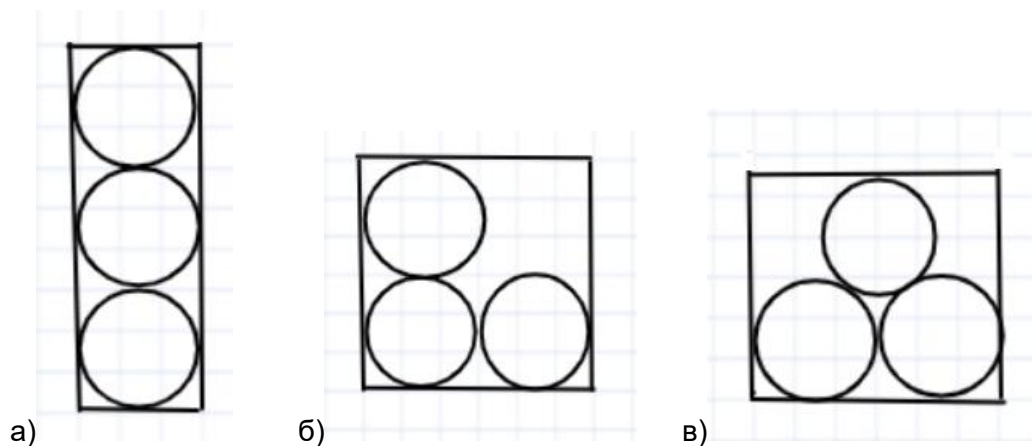


Рисунок 8. Схема расположения помидоров в емкости

Очевидно, что вариант расположения помидоров на рис.8, а, удовлетворяет условиям задачи, в отличие от вариантов Рис.8, б и в. Помидоры сферической формы должны плотно прилегать друг к другу и касаться стенок цилиндрического сосуда. Подумайте, может быть, ещё существует вариант расположения помидоров в цилиндре?

Задача 10.

В данной задаче необходимо учесть, что в условии идет речь о случайном отборе некоторого числа спортсменов (элементов) из общего числа (таких же элементов). В этом случае, когда порядок извлечения не важен, используется комбинаторная формула числа сочетаний.

Задача 14.

Особенностью данной задачи является нахождение наибольшего значения объема пирамиды. Поскольку известной величиной является апофема, то за неизвестную величину можно обозначить либо сторону

основания, либо высоту пирамиды. Обратите внимание на то, как составляется функция объема пирамиды. Особая сложность возникает при нахождении производной функции объема:

$$V(a) = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3 - a^2 / 4}, \quad V'(a) = \left(\frac{a^2}{3} \right)' \sqrt{3 - a^2 / 4} + \left(\sqrt{3 - a^2 / 4} \right)' \frac{a^2}{3} =$$

$$= \frac{2a}{3} \sqrt{3 - a^2 / 4} + \frac{-a/2}{2\sqrt{3 - a^2 / 4}} \cdot \frac{a^2}{3} = \frac{8a(3 - a^2 / 4) - a^3}{12\sqrt{3 - a^2 / 4}} = \frac{a(24 - 3a^2)}{12\sqrt{3 - a^2 / 4}}$$

Здесь, хотелось бы отдельно, показать нахождение производной сложной функции. Обратим внимание на производную второго сомножителя. Поскольку этот момент является непростым в этой задаче. Итак, выпишем отдельно

$$\left(\sqrt{3 - a^2 / 4} \right)' = \left((3 - a^2 / 4)^{\frac{1}{2}} \right)' =$$

возьмем производную от степени этой функции и умножим на производную внутренней функции:

$$= \frac{1}{2} (3 - a^2 / 4)^{\frac{1}{2} - 1} \cdot (3 - a^2 / 4)' =$$

в скобках найдем производную разности функций по правилу дифференцирования:

$$= \frac{1}{2} (3 - a^2 / 4)^{-\frac{1}{2}} \cdot (3' - (a^2 / 4)') =$$

учитывая, что производная постоянной величины равна нулю и правило $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ для нахождения производной второго слагаемого получим:

$$= \frac{1}{2\sqrt{3 - a^2 / 4}} \cdot \left(0 - \left(\frac{2a}{4} \right)' \right) = -\frac{a}{2\sqrt{3 - a^2 / 4}}.$$

Далее, в задаче необходимо применить знания о монотонности функции, опираясь на знак производной на некотором промежутке. Вспомнить о том, что если производная функции на некотором промежутке положительна, то функция возрастает, а если производная отрицательна, то функция убывает. В нашей задаче найдена та точка, в которой производная меняет свой знак с «+» на «-». Отсюда делаем вывод о том, что это точка максимума функции.

Обращаем ваше внимание на то, что в задаче необходимо определить значение объема. Поэтому мы точку подставляем в функцию объема и находим его максимальное значение.

Задача 15.

В данной задаче следует обратить внимание на правильное нахождение производной функции. А также учесть, что значение производной в точке подставляется после нахождения производной функции.