

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

Национальный исследовательский университет

«Высшая школа экономики»

Московский институт электроники и математики им. А.Н. Тихонова

Методические рекомендации по решению конкурсных заданий теоретического
этапа

Московского конкурса межпредметных навыков и знаний

«Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации «ИТ-класс» по
направлению

«Большие данные»

Москва, НИУ ВШЭ

2022 г.

Оглавление

Теоретические выкладки	8
Комбинаторика	8
Функции	9
Формула включений-исключений	10
Системы счисления	11
Двоичное кодирование звука	12
Алгебра логики	13
Об IP-адресации.....	15
Разбор демонстрационного варианта конкурсных заданий теоретического этапа Конкурса.....	16

Материалы теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» (далее – Конкурс) предназначены для оценки уровня теоретической подготовки участников Конкурса.

Задания теоретического этапа Конкурса разработаны преподавателями образовательных организаций высшего образования, участвующих в проекте «ИТ-класс в московской школе».

Индивидуальный вариант участника формируется автоматически во время проведения теоретического этапа Конкурса предпрофессиональных умений из базы конкурсных заданий.

Индивидуальный вариант участника включает 13 заданий, базирующихся на содержании предметов – математика, физика и информатика, изучаемых на углубленном уровне.

**Обобщённый план конкурсных материалов для проведения теоретического этапа
Конкурса**

№ задания	Уровень сложности	Темы элективных курсов	Контролируемые требования к проверяемым умениям	Балл
1	Повышенный	Математика: Статистика и теория вероятности	Уметь оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов.	6
2	Базовый	Математика: Функции	Уметь владеть терминами: зависимость величин, функция, аргумент и значение, основные свойства функций. Уметь решать задачи на следующие темы: нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность (возрастание или убывание) на числовом промежутке. Наибольшее и наименьшее значение функции.	3
3	Базовый	Математика: Элементы теории множеств и математической логики	Уметь решать задачи на следующие темы: логика. Верные и неверные утверждения. Следствие. Контрпример. Множество. Перебор вариантов. Диаграммы Эйлера.	3
4	Базовый	Физика: Электродинамика	Уметь решать задачи на следующие темы: Постоянный электрический ток. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи. Электрический ток в проводниках, электролитах, полупроводниках, газах и вакууме.	3

5	Базовый	Информатика: Системы счисления	Уметь переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую.	3
6	Повышенный	Информатика: Информация и информационные процессы	Уметь решать задачи на информационные процессы, вычислять объем информации.	6
7	Повышенный	Информатика: алгоритмы и программирование	Уметь определять результат выполнения алгоритма при заданных исходных данных; узнавать изученные алгоритмы обработки чисел и числовых последовательностей; создавать на их основе несложные программы анализа данных; читать и понимать несложные программы, написанные на выбранном для изучения универсальном алгоритмическом языке высокого уровня; выполнять пошагово (с использованием компьютера или вручную) несложные алгоритмы управления исполнителями и анализа числовых и текстовых данных.	6
8	Базовый	Информатика: алгоритмы и программирование	Уметь находить оптимальный путь во взвешенном графе.	3
9	Базовый	Информатика: алгоритмы и программирование	Уметь определять результат выполнения алгоритма при заданных исходных данных; узнавать изученные алгоритмы обработки чисел и числовых последовательностей; создавать на	3

			их основе несложные программы анализа данных; читать и понимать несложные программы, написанные на выбранном для изучения универсальном алгоритмическом языке высокого уровня; выполнять пошагово (с использованием компьютера или вручную) несложные алгоритмы управления исполнителями и анализа числовых и текстовых данных.	
10	Повышенный	Математика: Статистика и теория вероятности	Уметь оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов	6
11	Повышенный	Математика: Элементы теории множеств и математической логики	Уметь строить логическое выражение по заданной таблице истинности; решать несложные логические уравнения; работать с логическими выражениями.	6
12	Повышенный	Информатика: алгоритмы и программирование	Уметь определять результат выполнения алгоритма при заданных исходных данных; узнавать изученные алгоритмы обработки чисел и числовых последовательностей; создавать на их основе несложные программы анализа данных; читать и понимать несложные программы, написанные на выбранном для изучения универсальном алгоритмическом языке высокого	6

			уровня; выполнять пошагово (с использованием компьютера или вручную) несложные алгоритмы управления исполнителями и анализа числовых и текстовых данных	
13	Повышенный	Информатика: сетевые протоколы	Уметь решать задачи на сетевые протоколы и IP-адресацию	6

Теоретические выкладки

Комбинаторика

Размещение без повторений из n элементов по k – это упорядоченные k -элементные подмножества, содержащие k элементов из данного n -элементного множества.

Суть состоит в том, что два размещения будут отличаться либо составом элементов, либо их порядком следования.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Размещение с повторениями из n элементов по k – это k -элементные подмножества, содержащие k элементов из данного n -элементного множества, используется схема с возвращением.

$$\tilde{A}_n^k = n^k$$

Сочетание без повторений из n элементов по k – это неупорядоченные подмножества, которые содержат в себе k элементов из данного n -элементного множества.

В отличие от размещения без повторений порядок элементов в упорядоченном наборе не важен.

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

Сочетания с повторениями – это набор из k элементов, выбираемых из m одинаковых элементов одного вида.

$$\tilde{C} = P(k; m - 1)$$

Перестановка без повторений из n элементов – это размещение без повторений из n элементов по n .

$$P(n) = n!$$

Перестановки с повторениями, где n_1, n_2, \dots, n_m — целые неотрицательные числа, причем $n_1 + n_2 + \dots + n_m = k$ – это размещения с повторениями, где может отличаться только порядок элементов.

$$P(n_1, n_2, \dots, n_m) = \frac{k!}{n_1! * \dots * n_m!}$$

Функции

Функция	Область определения	Область значений	Четность	Нули функции
$\sin \sin x$	R	$[-1; 1]$	нечетная	$x = \pi n, n \in Z$
$\cos \cos x$	R	$[-1; 1]$	четная	$x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z$
x	$x \neq \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	R	нечетная	$x = \pi n, n \in Z$
x	$x \neq \pi n, n \in Z$	R	нечетная	$x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z$
$\arcsin \arcsin$	$x \in [-1; 1]$	$[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$	нечетная	0
x	$x \in [-1; 1]$	$[0; \pi]$	общего вида	1
x	R	$(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$	нечетная	0
x	R	$(0; \pi)$	общего вида	нет
e^x	R	$(0; +\infty)$	общего вида	нет
$a^x,$ $0 < a \neq 1$	R	$(0; +\infty)$	общего вида	нет
$\ln \ln x$	$x > 0$	R	общего вида	1
$x,$ $0 < a \neq 1$	$x > 0$	R	общего вида	1

Некоторые свойства тригонометрических функций

$$\begin{array}{lll}
 x + x = 1 & x = \frac{\sin \sin x}{\cos \cos x} & x + 1 = \frac{1}{x} \\
 \sin \sin 2x = 2 \cdot \sin \sin x \cdot \cos \cos x & x = \frac{\cos \cos x}{\sin \sin x} & x + 1 = \frac{1}{x} \\
 \cos \cos 2x = x - x & x \cdot x = 1 &
 \end{array}$$

Некоторые свойства показательных функций

$$\begin{array}{lll}
 a^m \cdot a^n = a^{m+n} & (a^m)^n = a^{m \cdot n} & (a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m \\
 \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} & \frac{1}{a} = a^{-1} & \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}
 \end{array}$$

Формула включений-исключений

Для двух множеств: Для любых конечных множеств A и B справедливо равенство:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

Важно понимать, что в сумме $|A| + |B|$, пересечение множеств A и B $A \cap B$ учтено дважды, поэтому необходимо вычесть $|A \cap B|$

Для трех множеств: Для любых конечных множеств A , B и C справедливо равенство:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|.$$

Системы счисления

В позиционных системах счисления значения чисел зависят от положения цифр в записи числа.

В десятичной системе счисления используется 10 цифр для записи: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Таблица сравнения чисел в разных системах счисления:

X_10 (десятичная)	X_2 (двоичная)	X_7 (семиричная)	X_9 (девятиричная)
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	10	7
8	1000	11	8
9	1001	12	10
10	1010	13	11
11	1011	14	12
12	1100	15	13
13	1101	16	14
14	1110	20	15
15	1111	21	16

Пример перевода в десятичную систему счисления из семиричной:

$$123_7 = 1 * 7^2 + 2 * 7^1 + 3 * 7^0 = 49 + 14 + 3 = 66_{10}$$

Двоичное кодирование звука

Глубина звука (глубина кодирования) – это количество бит на кодировку звука.

Количество уровней громкости рассчитывается по формуле $N= 2I$, где I – глубина звука.

Частота дискретизации – это количество измерений уровня входного сигнала в единицу времени (за 1 сек). Частота измеряется в герцах (Гц).

$A=D*T*I$, где D – частота дискретизации (Гц), T – это время звучания/записи звука, I – это разрядность регистра (разрешение).

Размер цифрового стереоаудиофайла (A) измеряется по формуле:

$A=2*D*T*I$, сигнал записан для двух колонок, так как отдельно кодируются левый и правый каналы звучания.

Алгебра логики

Приведем тут элементы алфавита языка логики высказываний, знание которых проверяются в конкурсных материалах.

Символы	Значение
\neg	Отрицание (инверсия)
\wedge	Конъюнкция (И)
\vee	Дизъюнкция (ИЛИ)
\rightarrow	Импликация

Этим операциям соответствуют следующие таблицы истинности.

A	$\neg A$
0	1
1	0

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Если логическое выражение содержит несколько операций, то их выполнение предписывается в следующем порядке (для изменения применяют скобки):

1. Отрицание;
2. Конъюнкция;
3. Дизъюнкция;
4. Импликация.

Из прочих примечательных инструментов в решении задач по основам алгебры логики используются различные свойства логических операций. Приведем ниже некоторые из них.

Закон не противоречия: логическое высказывание не может одновременно быть истинно и ложно, т.е. $A \wedge \neg A = 0$

Закон исключения третьего случая: логическое высказывание может быть либо истинно, либо ложно (третьего не дано), т.е. $A \vee \neg A = 1$

Закон двойного отрицания: отрицание отрицания логического высказывания есть его утверждение, т.е. $\neg(\neg A) = A$

Законы идемпотентности: в алгебре логики не допускаются степени и коэффициенты

$$A \vee A = A$$

$$A \wedge A = A$$

Законы ассоциативности:

$$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$$

$$A \wedge (B \wedge C) = (A \wedge B) \wedge C$$

Законы дистрибутивности:

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

Законы де Моргана: конъюнкция двойственна дизъюнкции.

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

Законы поглощения:

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \wedge 1 = A$$

$$A \vee 0 = A$$

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

Законы склеивания:

$$(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge B) = B$$

$$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee B) = B$$

Об IP-адресации

IP-адрес четвертой версии протокола состоит из 32 бит, которые принято делить на четыре блока – октета. Маска подсети – это битовая маска для определения по IP-адресу адреса подсети и адреса узла этой подсети. Она формируется так: подряд ставится $32 - n$ единиц, а затем n нулей. Тогда в IP-адресе $32 - n$ первых позиций определяют адрес сети (оставшиеся позиции надо заполнить нулями). Адрес сети получается в результате поразрядной конъюнкции к IP адреса узла и маски.

Есть два особых адреса подсети, которые резервируются и не используются на общих основаниях. Это адрес подсети (последние n позиций адреса заменяются нулями) и широковещательный адрес (последние n позиций заменяются единицами). Поэтому, чтобы определить количество доступных адресов для устройств этой подсети, нужно от всех возможных адресов, которые можно записать таким количеством бит, отнять 2 адреса. То есть количество определяется по формуле: $2^n - 2$.

Разбор демонстрационного варианта конкурсных заданий теоретического этапа Конкурса

1. В конкурсе по программированию в пяти секциях приняли участие 7 учеников. Сколькими способами организаторы могут наградить ребят, если в каждой из номинации какую-либо премию получают все участники? Учтите, что ребята могут участвовать как в одной, так и в нескольких номинациях.

- 1) 78125
- 2) **16807**
- 3) 5040
- 4) 56741

Решение: В задаче речь идет про размещения с повторениями. Так как 7 учеников – это 7 элементов в множестве, где каждый ученик может получить одну из пяти номинаций, таким образом необходимо 7 возвести в 5-ю степень: 16807 – ответ в задаче.

Ответ: 16807.

2. На кружке по математике начали изучать тему «Функции». Учитель предложил ребятам в конце занятия, ответить, сколько целых корней есть у уравнения $x^{15} = -1$. Помогите ребятам ответить на вопрос:

- 1) 15
- 2) **1**
- 3) -1
- 4) -15

Решение: Степенная функция x^{15} является монотонно возрастающей, поэтому график функции, соответствующий левой части уравнения, будет иметь только одну точку пересечения с графиком постоянной функции $y = -1$, поэтому единственным целым корнем уравнения будет -1. Так как спрашивается количество целых корней, то ответ – один.

Ответ: один целый корень.

3. В параллели десятого класса обучается 90 человек. Среди них 30 человек увлекается математикой, 28 – физикой, 42 – информатикой. Математикой и физикой увлекается одновременно 8 человек, физикой и информатикой – 10, математикой и информатикой – 5, а всеми тремя предметами – 3 человека. Сколько школьников не увлекается ни одним из этих предметов?

- 1) 13
- 2) **10**
- 3) 80
- 4) 8

Решение: При решении задачи необходимо использовать формулу включений-исключений для трех множеств: $30+28+42-8-10-5+3 = 80$ человек, которые увлекаются либо одним предметом, либо несколькими, поэтому $90-80= 10$ человек не увлекаются ни одним из перечисленных предметов.

Ответ: 10.

4. У Феи есть 4 резистора сопротивлением R и необходимое количество соединительных проводов. Сколько всего вариантов схем, используя все резисторы, может собрать Фея? Сможет ли он собрать такую схему, что сопротивление будет равно $0.75 R$?

- 1) 15, да
- 2) 15, нет
- 3) **12, да**
- 4) 12, нет

Решение: Всего можно собрать 12 вариантов схем, при условии, что задействованы все 4 резистора, комбинируя последовательные/параллельные подключения.

Сопротивление в $0.75 R$ будет достигнуто, если последовательно подключить 3 резистора, и один резистор параллельно к ним:

$R+ R+ R = 3R$ – последовательное подключение;

Параллельное подключение: $1/R_{\text{общ}} = 1/(3R) + 1/R$, поэтому $R_{\text{общ}} = 0.75 R$.

Ответ: 12, да.

5. Змей Горыныч ведет перепись своих богатств. Он знает, что в его сокровищнице есть 5000_7 золотых монет, 256_7 драгоценных камней и 10_7 волшебных самоцветов. Сколько всего сокровищ у Змея Горыныча? Ответ указать в девятеричной системе счисления.

- 1) **2487**
- 2) 5266
- 3) 1861
- 4) 3452

Решение: Сперва необходимо все числа перевести из семеричной системы счисления в десятичную систему счисления: $5000_7 = 5 * 7^3 = 343*5$; $256_7 = 2 * 7^2 + 5 * 7^1 + 6 * 7^0 = 139$;

$10_7 = 1 * 7^1 + 0 * 7^0 = 7$, $1715 + 139 + 7 = 1861$ в десятичной системе счисления, после чего следует перевести число в девятиричную систему счисления, в итоге получится 2487.

Ответ: 2487.

6. Александру необходимо определить, чему равен информационный объем звукового монофонического файла, если он длится 5 секунд, также Александр знает, что глубина кодирования – 8 бит при частоте дискретизации 1000 Гц.

- 1) **4,88 Кбайт**
- 2) 40000 байт
- 3) 80 Кбайт

Решение: $A = D * T * I = 1000 * 5 * 8 = 40000$ бит = 5000 байт = 4,88 Кбайт.

Ответ: 4,88 Кбайт.

7. Перед вами представлен алгоритм, выберите его верное название:

ЦИКЛ ДЛЯ J=1 ДО N-1 ШАГ 1

ЦИКЛ ДЛЯ I=0 ДО N-1-J ШАГ 1

ЕСЛИ $A[I] > A[I+1]$ ТО ОБМЕН $A[I], A[I+1]$: F=1

СЛЕДУЮЩЕЕ I

ЕСЛИ F=0 ТО ВЫХОД ИЗ ЦИКЛА

СЛЕДУЮЩЕЕ J

- 1) **Сортировка пузырьком**
- 2) Алгоритм Дейкстры
- 3) Сортировка расческой
- 4) Быстрая сортировка

Решение: Представлен алгоритм сортировки пузырьком, при котором во время сортировки массива/списка последовательно сравниваются соседние элементы и меняются местами, если предыдущий больше следующего.

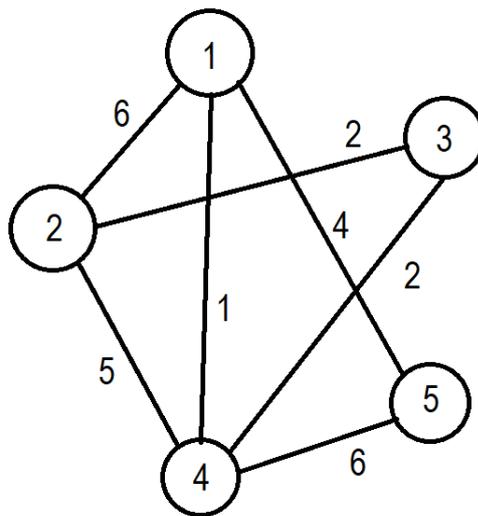
8. Между населенными пунктами 1, 2, 3, 4, 5 существуют дороги, по которым ходят платные автобусы. В таблице указана стоимость проездного билета от одного пункта до другого. Сколько стоит самый дешевый проезд от пункта 2 до пункта 5?

	1	2	3	4	5
1	-	6	-	1	4
2	6	-	2	5	-

3	-	2	-	2	-
4	1	5	2	-	6
5	4	-	-	6	-

- 1) 10
- 2) 9
- 3) 7
- 4) 11

Решение: Задачу можно решать с помощью таблицы, рассмотрев все возможные пути от пункта 2 до пункта 5, а можно нарисовать соответствующий граф:



Можно рассмотреть: 2-4-5; 2-3-4-5; 2-1-4-5; 2-1-5, после рассмотрения всех возможных комбинаций становится ясно, что необходимо выбрать 2-3-4-5: $2+2+1+4 = 9$ – самый дешевый проезд.

Ответ: 9.

9. Что объединяет три следующих метода: метод обратного распространения (Backpropagation), метод упругого распространения (Resilient propagation или Rprop), генетический Алгоритм (Genetic Algorithm)?

- 1) Это методы обучения нейросети
- 2) Это методы оптимизации
- 3) Это методы поиска
- 4) Это методы сортировки

Решение: необходимо выбрать два первых пункта.

10. На кружок по программированию ходит 9 человек, проект можно выполнять в командах по 2, 3, 4 человека, сколько можно создать комбинаций из фамилий учеников для проектных команд? Ответ запишите в виде целого числа.

Ответ: 246.

Решение:

Число выборов из 2х человек:

$$C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!2!} = 36$$

Число выборов из 3х человек: $C_9^3 = 84$

Число выборов из 4х человек: $C_9^4 = 126$

Тогда: $36+84+126 = 246$ способов.

Ответ: 246.

11. Перед учениками находится логическое выражение, напишите, какие значения принимает выражение $F(Q,P,R) = \neg(Q \wedge P \rightarrow R \wedge Q) \vee \neg(P \wedge Q)$ при переборе всех значений комбинации (Q,P,R) от $(0,0,0)$ до $(1,1,1)$.

Например, если для комбинации $F(0,0,0) = 1$, а во всех остальных случаях $F(0,0,1) = 0$, $F(0,1,0) = 0, \dots, F(1,1,1) = 0$, то в ответ необходимо внести 10000000.

Ответ: 11111110.

Решение:

Q	P	R	$Q \wedge P$	$R \wedge Q$	$Q \wedge P \rightarrow R \wedge Q$	$\neg(Q \wedge P \rightarrow R \wedge Q)$	$\neg(P \wedge Q)$	$F(Q,P,R)$
0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0

Ответ 11111110.

12. На алгоритмическом языке написан алгоритм, он представлен ниже. Выберите, чему равно значение n после пятой итерации цикла.

алг

нач

```

целтаб Mas[1:6]
цел k, m
Mas[1] := 4
Mas[2] := 1
Mas[3] := 2
Mas[4] := 13
Mas[5] := 1
Mas[6] := 1
n := 0
нц для k от 1 до 6
    если Mas[k] > 2 то
        n := n + Mas[k]
    все
кц
вывод n
кон

```

Ответ: 17

Решение: задана таблица из 6 элементов, если элемент, который рассматривается в цикле, строго больше 2, то к n прибавляется значение этого элемента. Необходимо найти значение n после пятой итерации цикла.

С первой по пятую итерации элементы таблицы под номерами 2,3 и 5 не удовлетворяют условию цикла, поэтому после первой итерации $n = 4$, после второй - $n = 4$, после третьей - $n = 4$, после четвертой - $n = 17$, после пятой - $n = 17$.

Ответ: 17.

13. Александр обслуживает подсеть компьютеров в компании, ему необходимо понимать, количество компьютеров подсети с маской 255.255.255.224. В ответ запишите количество компьютеров в обозначенной подсети.

Ответ: 30

Решение: Первый октет маски - 11111111, второй октет - 11111111, третий октет - 11111111, четвертый октет - 11100000, поэтому количество хостов $2^5 - 2 = 30$.

Ответ: 30.