

**Методические рекомендации для учителей по подготовке обучающихся
к прохождению теоретического этапа Московского конкурса
межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис.
Потенциал»
в номинации «Инженерный класс»
по направлению «Медико-инженерное»
на основе разбора демонстрационного варианта**

Содержание

Раздел 1. Введение	3
Раздел 2. Методические рекомендации по решению задач по предмету “Химия”	9
Раздел 3. Методические рекомендации по решению задач по предмету “Информатика”	21
Раздел 4. Методические рекомендации по решению задач по предмету “Физика”	28

Раздел 1. Введение

Методические рекомендации для учителей по подготовке обучающихся к прохождению теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации «Инженерный класс» по направлению «Медико-инженерное» составлены НИЯУ МИФИ на основе разбора демонстрационного варианта и включают три основных раздела с рекомендациями по решению заданий по предметам «химия», «физика» и «информатика».

Демонстрационный вариант теоретического этапа по медико-инженерному направлению в 2022 году состоит из 15 заданий различного уровня сложности. Обобщённый план конкурсных материалов для проведения теоретического этапа Конкурса представлен ниже в таблице 1.1.

Таблица 1.1.

№ задания	Уровень сложности	Уникальные кодификаторы Конкурса	Контролируемые требования к проверяемым умениям	Балл
1.	базовый	Физика. 7.1.1	Решать задачи из области квантовой физики: владеть понятием фотона, использовать формулу Планка связи энергии фотона с его частотой. Оперировать понятиями «энергия и импульс фотона»	3
2.	базовый	Физика 1.2	Моделировать физические явления и	3

			<p>процессы. Оперировать понятиями «материальная точка», «абсолютно твёрдое тело», «идеальная жидкость», «точечный источник», «гипотеза», «физический закон», «физическая теория». Формулировать границы применимости физических законов</p>	
3.	базовый	Химия 1.5	<p>Решать задачи из области органической химии, в частности, с использованием азотсодержащих веществ и биологические важные вещества</p>	3
4.	базовый	Химия 1.1; 1.2	<p>Решать задачи на основные химические понятия: атом, ядро атома, изотопы, электрон, электронная оболочка, химический элемент, атомные s-, p- и d-орбитали, электронная конфигурация атома и т.д.; состав и строение</p>	3

			атома с использованием периодического закона и периодической системы химических элементов Д.И. Менделеева; строение вещества	
5.	базовый	Химия 1.3	Решать задачи из области органической химии, в частности, на углеводороды	3
6.	базовый	Информатика 2.1	Решать алгоритмические задачи, связанные с анализом графов	3
7.	базовый	Информатика 2.2	Использовать графы и деревья при описании объектов и процессов	3
8.	повышенный	Физика 3.1.6; 7.1.1	Решать задачи из области молекулярной физики и термодинамики: оперировать понятием абсолютной температуры как меры средней кинетической энергии теплового движения частиц газа. Решать задачи из области квантовой физики: владеть понятием фотона, использовать формулу	4

			Планка связи энергии фотона с его частотой. Оперировать понятиями «энергия и импульс фотона». Решать задачи на равновесное тепловое излучение (излучение абсолютно чёрного тела), закон смещения Вина, гипотезу М. Планка о квантах	
9.	повышенный	Физика 5.3.1	Решать задач на Механические волны, условия их распространения. Оперировать понятиями периода, скорости распространения и длины волны, а также решать задачи на них. Решать задачи на поперечные и продольные волны	5
10.	повышенный	Физика 4.4.5; 6.3; 6.4	Решать задачи на электродинамику: силу Лоренца, её модуль и направление; движение заряженной частицы в однородном магнитном поле; Работу силы	5

			Лоренца. Решать задачи на энергию и импульс свободной частицы; связь массы с энергией и импульсом свободной частицы; энергию покоя свободной частицы	
11.	повышенный	Физика 7.3.2	Решать задачи из области квантовой физики: открытие радиоактивности; альфа-распад; электронный и позитронный бета-распад; гамма-излучение; закон радиоактивного распада	5
12.	повышенный	Химия 2.2.4	Решать задачи с высокомолекулярными соединениями, полимерами, пластмассами, волокнами, каучуками. Решать задачи на реакции полимеризации и поликонденсации	5
13.	повышенный	Химия 1.2.7	Решать задачи на поиск степени окисления и валентности химических	5

			элементов в простых и сложных веществах	
14.	повышенный	Химия 1.3.7; 1.3.8	<p>Решать задачи с использованием химических реакций. Оперировать понятиями «окислитель» и «восстановитель».</p> <p>Решать задачи с использованием окислительно-восстановительных реакций. Владеть понятием электролиза: электролиза водных растворов кислот, солей и щелочей (на инертных электродах)</p>	5
15.	повышенный	Информатика 1.2	Решать задачи с использованием элементов комбинаторики, принципов включения и исключения	5
Сумма баллов:				60

Раздел 2. Методические рекомендации по решению задач по предмету «Химия»

Задания по предмету «Химия» представлены шестью заданиями: три задания базового уровня сложности, три задания повышенного уровня сложности.

Задание 3. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи из области органической химии, в частности, с использованием азотсодержащих веществ и биологически важные вещества

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

По описанию ниже определите о каком веществе идет речь. Реагируют с сильными кислотами, а также с азотистой кислотой. Способны вступать в реакции с металлами, основными оксидами, основаниями и солями более слабых кислот. Со спиртами вступают в реакцию этерификации, образуя сложные эфиры. В результате реакции поликонденсации могут образовывать полимеры.

1. диметиламин
2. валин
3. анилин
4. нитробензол

Краткая теоретическая справка

К азотсодержащим веществам, которые проходят в школьном курсе химии относят амины, аминокислоты, нуклеиновые кислоты, соединения, содержащие нитрогруппу. Если рассматривать аминокислоты, то следует помнить их амфотерную составляющую, что в состав входят карбоксильная и

аминогруппы, т.е. они проявляют двойственные свойства. Также способны образовывать полимеры за счет реакции поликонденсации и образования пептидной связи. Нуклеиновые кислоты состоят из нуклеотидов различного строения, в состав которых помимо углеводной части и остатка фосфорной кислоты входят азотистые основания двух видов пуриновые (большие) и пиримидиновые (малые). Между собой они соединяются водородными связями по принципу комплементарности, образуя вторичную структуру ДНК.

Ответ: 2

Задание 4. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на основные химические понятия: атом, ядро атома, изотопы, электрон, электронная оболочка, химический элемент, атомные s-, p- и d-орбитали, электронная конфигурация атома и т.д.; состав и строение атома с использованием периодического закона и периодической системы химических элементов Д.И. Менделеева; строение вещества

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Приведены символы химических элементов. С использованием Периодической системы определите, какой из двух элементов обладает большим «орбитальным» атомным радиусом и укажите сокращенную электронную формулу этого элемента. В ответе укажите порядковый номер выбранного элемента (столбец 1) и подберите соответствующую позицию с его электронной формулой из второго столбца.

1. Химический элемент ${}_Z\text{Э}$	2. Электронная формула
А) ${}_3\text{Li}$, ${}_{11}\text{Na}$	1) $[\] 3s^1$
Б) ${}_{19}\text{K}$, ${}_{29}\text{Cu}$	2) $[\] 4s^1$
В) ${}_5\text{B}$, ${}_6\text{C}$	3) $[\] 3d^{10}4s^1$
	4) $[\] 2s^22p^1$

Заполните таблицу, записав выбранные цифры под соответствующими буквами.

Решение задания

В пункте А представлены два элемента: литий и натрий, оба они элементы I группы главной подгруппы Периодической таблицы Менделеева. В группе при увеличении порядкового номера (заряда ядра) «орбитальный» атомный радиус увеличивается. Т.е. большим «орбитальным» атомным радиусом обладает натрий, его порядковый номер 11 и сокращенная электронная формула [] $3s^1$ (номер 1 из второго столбца задания).

Б) калий и медь находятся в одном периоде – четвертом, а в периоде с увеличением заряда ядра радиус уменьшается. Большим «орбитальным» атомным радиусом обладает калий, его порядковый номер 19 и сокращенная электронная формула [] $4s^1$ (номер 2).

В) Бор и углерод элементы одного периода – второго. По аналогии с пунктом Б, у бора меньший порядковый номер (5) и больший радиус. Электронная формула [] $2s^2 2p^1$.

Ответ: А – 11, 1; Б – 19, 2; В – 5,4;

Задание 5. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи из области органической химии, в частности, на углеводороды

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Нефть является сырьем для получения разнообразных продуктов, имеющих большое практическое значение. Из представленных продуктов выберите полученный не из нефти.

1. Деготь
2. Мазут

3. Керосин
4. Лигроин

Краткая теоретическая справка

В данной задаче рассматриваются темы: способы обработки нефти, строение ректификационной колонны, на какие фракции разделяется нефть при перегонке. Особое место уделено в данной тематике бензину и октановому числу, способу его повышения, детонационная устойчивость и детонация. Что такое крекинг и реформинг. Рассматриваются вопросы такого полезного ископаемого как каменный уголь и способы его переработки, практическое применение продуктов

Ответ: 1

Задание 12. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи с высокомолекулярными соединениями, полимерами, пластмассами, волокнами, каучуками. Решать задачи на реакции полимеризации и поликонденсации

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Какое количество этилена в м³ (н.у.) потребуется для получения 10 м³ вспененного полистирола (пенопласта) плотностью 25 кг/м³? Полистирол получают реакцией полимеризации стирола в присутствии катализатора (без выделения побочных продуктов). Стирол получают дегидрированием промежуточного продукта этилбензола, получаемого взаимодействием бензола с этиленом в присутствии катализатора. За один цикл в стирол превращается 40% этилбензола (реакция обратимая). Ответ округлите до десятых.

Краткая теоретическая справка

Если рассматривать высокомолекулярные соединения помимо белков и НК, то в химической промышленности распространены различные виды полимеров, т.е. высокомолекулярных соединений. Это реакции полимеризации или поликонденсации. В школьном курсе рассматриваются различные полимеры: пластмассы, волокна, каучуки. Встречаются понятия вулканизация (сшивание), эбонит, резина, полиэтилен, полипропилен, поливинилхлорид, полистирол, стирол.

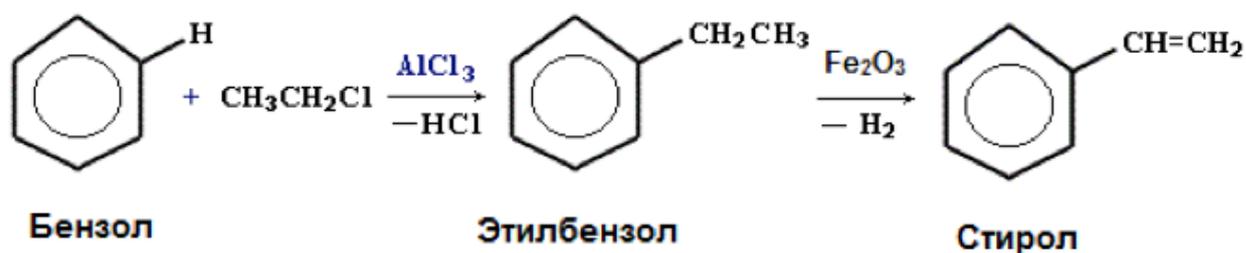


Рис 1.1. Реакция полимеризации

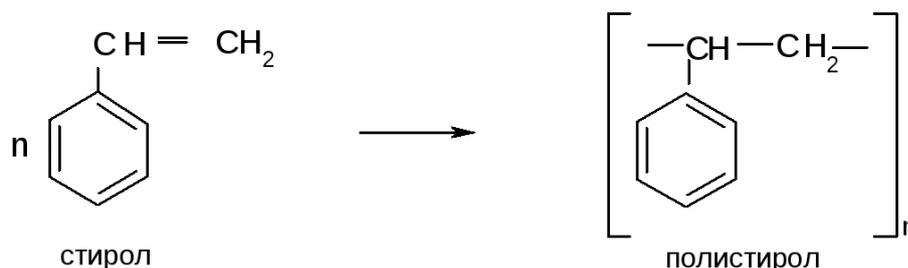


Рис 1.2. Реакция поликонденсации

1. Сколько кг полистирола в 10 м^3 пенопласта плотностью 25 кг/м^3 .
 $25 \text{ г/м}^3 * 10 \text{ м}^3 = 250 \text{ кг}$
2. Сколько кг этилена требуется по реакции для получения 250 кг стирола
 $28 \text{ г/моль} - 104 \text{ г/моль}$
 $X \text{ г/моль} - 250 \text{ кг}$
 $X = 67,3 \text{ кг}$
3. Сколько кг этилена потребуется с учетом выхода продукта 40%?
 $40\% - 63,7 \text{ кг}$
 $100\% - X$
 $X = 168,25 \text{ кг}$

4. Переводим массу этилена в объем (н.у.)

$$168,25 \text{ кг} = 16825 \text{ г}$$

$$28 \text{ г/моль} - 22,4 \text{ л}$$

$$168250 \text{ г} - x$$

$$X = 134600 \text{ л} = 134,6 \text{ м}^3.$$

Ответ: 134,6 м³.

Задание 13. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на поиск степени окисления и валентности химических элементов в простых и сложных веществах

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Укажите степени окисления атомов углерода в соединениях:

А) CaC₂; Б) Fe(CO)₅; В) (CuOH)₂CO₃; Г) CH₄; Д) CH₂O

В качестве ответа заполните таблицу.

Краткая теоретическая справка

Степень окисления — это условный заряд атома в соединении, вычисленный в предположении, что все связи в соединении ионные (то есть все связывающие электронные пары полностью смещены к атому более электроотрицательного элемента).

Численно она равна количеству смещенных электронов от данного атома в соединении к наиболее отрицательному элементу (+Z) или к нему, если его электроотрицательность больше (-Z).

Понятие валентность используется для количественного выражения электронного взаимодействия в ковалентных соединениях, то есть в соединениях, образованных за счет образования общих электронных пар.

Степень окисления используется для описания реакций, которые сопровождаются отдачей или присоединением электронов.

В отличие от валентности, являющейся нейтральной характеристикой, степень окисления может иметь положительное, отрицательное, или нулевое значение. Положительное значение соответствует числу отданных электронов, а отрицательная числу присоединенных. Нулевое значение означает, что элемент находится либо в форме простого вещества, либо он был восстановлен до 0 после окисления, либо окислен до нуля после предшествующего восстановления.

В большинстве случаев валентность и степень окисления численно совпадают, хотя это разные характеристики.

- CO (монооксид углерода) - валентность атома углерода равна III, а степень окисления +2
- HNO₃ (азотная кислота) - валентность атома азота равна IV, а степень окисления +5
- H₂O₂ (пероксид водорода) - валентность водорода равна I, валентность атома кислорода равна II, а степень окисления водорода равна +1, а степень окисления кислорода равна -1. Аналогично во всех пероксидах валентность кислорода равна II, а степень окисления -1.
- N₂H₄ (гидразин) - валентность азота равна III, а степень окисления равна +2.
- Валентности неметаллов указаны в скобках: H₂ (I), N₂ (III), O₂ (II), F₂ (I), Cl₂ (I), Br₂ (I), I₂ (I), а степени окисления равны 0.

Степень окисления простых веществ всегда равна нулю

Решение задания

Расставим степени окисления элементов в соединениях.

А) CaC₂ Кальций металл, элемент второй группы главной подгруппы. Его степень окисления в соединении всегда +2. Т.к. молекула электронейтральна, на два атома углерода приходится суммарный заряд -2, значит, степень окисления углерода -1.

Б) $\text{Fe}(\text{CO})_5$ пентакарбонил железа. Это комплексная соединение, в котором степень окисления железа равна 0. Весь комплекс также имеет заряд 0, следовательно $(\text{CO})^0$ и степени окисления кислорода и углерода такие же, как в молекуле угарного газа. $\text{C}^{+2}\text{O}^{-2}$.

В) $(\text{CuOH})_2\text{CO}_3$ – карбонат гидроксомеди (II), соль угольной кислоты H_2CO_3 , в которой степень окисления водорода +1, кислорода -2, а углерода +4.

Г) CH_4 – метан. В этом соединении надо учесть электроотрицательности атомов. Для углерода по шкале Полинга это 2,6, а для водорода 2,2. Более электроотрицательный атом имеет отрицательный заряд. Следовательно, степень окисления водорода +1, а углерода -4.

Д) CH_2O – формальдегид. С учетом электроотрицательности атомов (С -2,6, Н - 2,2, О - 3,5) и электронейтральности молекулы получаем степени окисления O^{-2} , H^{+1} , C^0 .

Ответ:

А	Б	В	Г	Д
-1	+2	+4	-4	0

Задание 14. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи с использованием химических реакций. Оперировать понятиями «окислитель» и «восстановитель». Решать задачи с использованием окислительно-восстановительных реакций. Владеть понятием электролиза: электролиза водных растворов кислот, солей и щелочей (на инертных электродах)

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

На электролиз раствора хлорида меди (II) (инертные электроды) затратили 1000 Кл электричества.

А) Определите, на сколько грамм увеличилась масса одного из электродов при выходе по току 95%.

Б) Укажите какой газ выделится преимущественно на другом электроде. В ответе укажите для данного газа порядковый номер элемента в таблице Д.И. Менделеева. В) Рассчитайте объём данного газа (л, н.у.), если его выход по току составляет 90%. В качестве ответа заполните таблицу, указав значения в пунктах А и В с точностью до десятых.

Краткая теоретическая справка

Окислительно-восстановительные реакции — это химические реакции, сопровождающиеся изменением степени окисления атомов реагирующих веществ. Окислитель – это атом, который приобщает в реакции электроны, при этом он восстанавливается (понижает свою степень окисления). Восстановитель – это атом, который отдает в реакции электроны, при этом он окисляется (повышает свою степень окисления).

Электролиз — это окислительно-восстановительная реакция, которая протекает на электродах (катоде и аноде) и основана на пропускании электрического тока через раствор или расплав.

Катод — это отрицательно заряженный электрод при электролизе, который притягивает положительно заряженные ионы (катионы). Анод — это положительно заряженный электрод, который притягивает к себе отрицательно заряженные ионы (анионы). Таким образом, на катоде всегда происходит процесс восстановления, а на аноде всегда происходит процесс окисления.

Электроды бывают растворимые и инертные. Растворимые изготавливаются из металлов, например, меди и подвергаются химическим превращениям в ходе электролиза.

Нерастворимые электроды не подвергаются химическим превращениям и остаются в неизменном виде как до реакции, так и после нее. Как правило, это графит или платина.

Последовательность разрядки катионов зависит от положения металла в электрохимическом ряду напряжений.

Чем меньше выражена восстановительная активность, тем хуже анионы могут окисляться на аноде. К тому же процесс на аноде зависит от материала анода и от природы аниона.

Если анод инертный или нерастворимый, то на нем протекают следующие реакции:

1. При электролизе растворов *солей бескислородных кислот* (кроме фторидов!), на аноде происходит процесс окисления аниона.
2. При электролизе растворов солей кислородсодержащих кислот и фторидов на аноде выделяется газообразный кислород вследствие окисления молекул воды. Анион при этом не окисляется, оставаясь в растворе.
3. При электролизе растворов щелочей происходит окисление гидроксид-ионов.

Процесс на катоде К (-), восстановление

Катион принимает электроны и восстанавливается:



Процесс на аноде А (+), окисление

Анион отдает электроны и окисляется:

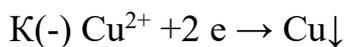


Решение задания

Электролиз водного раствора хлорида меди (II). В электролизере находятся молекулы воды, ионы Cu^{2+} и Cl^- .

При электролизе на катоде К(-) протекает процесс восстановления. В случае электролиза раствора возможны два процесса: восстановление металла и восстановление ионов водорода из воды до молекулярного водорода. Медь

имеет положительный электродный потенциал и стоит в ряду напряжений после водорода. Значит, на катоде будет выделяться медь.



Рассчитаем массу меди, выделившейся на катоде. По закону Фарадея

$$m(\text{Cu}) = I \cdot t \cdot M / F \cdot z$$

$I \cdot t = 1000$ Кл – количество электричества по условию задачи;

M – молекулярная масса меди (64 г/моль);

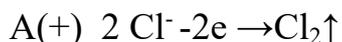
F – число Фарадея 996500 Кл/моль);

z – число моль электронов, участвующих в полуреакции восстановления меди (2).

Также надо учесть, что по условию задачи выход по току составляет 95%.

$m = (1000 \cdot 64 / 96500 \cdot 2) \cdot 0,95 = 0,31$ г. При округлении до десятых получаем 0,3 г.

Б) На аноде $A(+)$ протекает процесс окисления. В случае электролиза водного раствора хлорида меди (II) на аноде может выделяться хлор и кислород. Поскольку Cl^- анион бескислородной кислоты, на аноде будет выделяться Cl_2 . Этот процесс при конкурировании с выделением кислорода имеет меньший электродный потенциал с учетом перенапряжения на электродах.



Его порядковый номер 17.

В) для определения объема выделившегося хлора проведем расчеты аналогичные пункту А.

$$m(\text{Cl}_2) = (I \cdot t \cdot M / F \cdot z) \cdot \eta$$

$I \cdot t = 1000$ Кл – количество электричества по условию задачи;

M – молекулярная масса хлора (71 г/моль);

F – число Фарадея 996500 Кл/моль);

z – число моль электронов, участвующих в полуреакции окисления хлора (2);

η – выход по току (90 %).

$$m = (1000 \cdot 71 / 96500 \cdot 2) \cdot 0,9 = 0,331 \text{ г.}$$

Один моль любого газа при стандартных условиях занимает объем 22,4 л. С учетом количества хлора, получившегося при электролизе (моль) получим:

$$V(\text{Cl}_2) = n \cdot 22,4 = m(\text{Cl}_2) / M(\text{Cl}_2) \cdot 22,4 = 0,33 / 71 \cdot 22,4 = 0,104 \text{ л.}$$

Округляем до десятых – 0,1 л.

Ответ:

А	Б	В
0,3	17	0,1

Раздел 3. Методические рекомендации по решению задач по предмету «Информатика»

Задания по предмету «Информатика» представлены тремя заданиями: два задания базового уровня сложности, одно задание повышенного уровня сложности.

Задание 6. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать алгоритмические задачи, связанные с анализом графов.

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Две последовательности ДНК были порождены независимо друг от друга по некоторому алгоритму с равной вероятностью порождения нуклеотидов. Для фрагментов X и Y этих последовательностей часть нуклеотидов неизвестна, а символ «*» обозначает любой произвольный символ из алфавита {A,G,C,T}.

X: ATGATTCC***

Y: T***GATAC

Определите наибольшую длину последовательности подряд идущих нуклеотидов, совпадающих для фрагментов X и Y.

Краткая теоретическая справка

Данное задание не требует каких-то специальных знаний, но подразумевает аккуратный и последовательный перебор вариантов. Удобнее всего рассматривать решение в виде графа. В принципе в этом задании могут встретиться поиск кратчайшего пути в графе, подсчет количества маршрутов, поиск наибольшей подпоследовательности. Учителю полезно знать элементы

динамического программирования, если учащийся будет обладать компетенциями в этой области, это может помочь в решении задач. Хотя, поскольку размерности задач небольшие, можно обойтись и без специальных алгоритмов работы с графами, а просто на бумаге прорисовать или перебрать все возможные варианты.

Решение задания

Рассмотрим фрагменты X и Y в виде графа. Будем ставить в соответствие элементам одного фрагмента одинаковые элементы второго фрагмента. Первому элементу A фрагмента X есть несколько соответствий в фрагменте Y. Аналогично можно сказать для других последовательностей, начинающихся с элемента A: AT, ATG, ATGAT – последний вариант продемонстрирован на рисунке.

Для второго элемента T – из всех возможных совпадающих комбинаций максимальная по длине совпадающая цепочка - TGAT, в фрагменте Y аналогичная цепочка *GAT. Максимальная совпадающая последовательность, начинающаяся с элемента G, - GAT. Для второго элемента A – ATT. Для второго элемента T максимальная совпадающая цепочка – это TTCC***, ей будет соответствовать последовательность T***GAT фрагмента Y.

На рисунке показана схема соответствий элементов. Таким образом, наибольшая длина последовательности подряд идущих нуклеотидов, совпадающих для фрагментов X и Y, равна 7. Дальше рассматривать нет смысла, поскольку во фрагменте X количество не рассмотренных элементов меньше 7

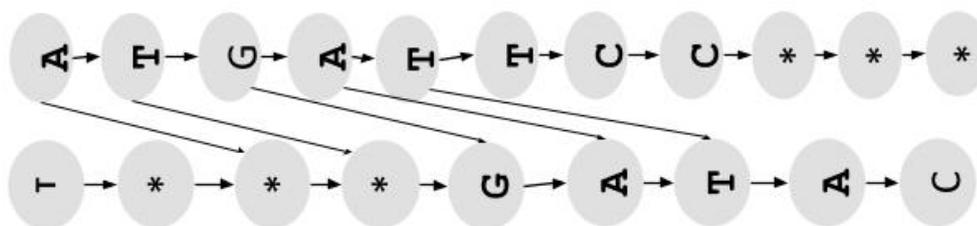


Рис. 2.1. Представление графа для первого элемента

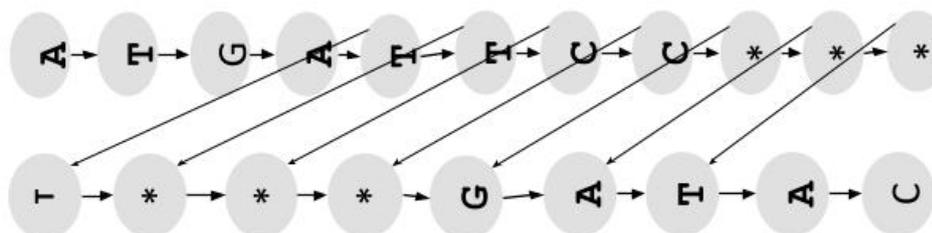


Рис. 2.2. Представление графа для второго элемента

Задание 7. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Использовать графы и деревья при описании объектов и процессов

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Биологическая последовательность может переходить из одного состояния в другое. Известна закономерность переходов, представленная в виде матрицы смежности. Символ «*» соответствует возможному переходу из одного состояние в другое. Определите, сколько существует возможных переходов для количества состояний $n=1000$.

	0	1	2	3	4	...	998	999	1000
0		*	*	*	*	...	*	*	*
1			*	*	*	...	*	*	*
2				*	*	...	*	*	*

3					*	...	*	*	*
4						...	*	*	*
...
998						...		*	*
999						...			*
1000						...			

Краткая теоретическая справка

В данном задании нужно быть аккуратным с индексами. Если ошибиться и считать нумерацию с 1 ответ будет неправильным. С учетом того, что нумерация начинается с 0, общее количество состояний будет 1001. Также следует обратить внимание, что матрица является несимметричной. Это значит, что ей соответствует ориентированный граф и учащийся при решении должен это учитывать. Рекомендуется знать материал по графам: работа с матрицей смежности, весовые матрицы, симметричные и несимметричные матрицы, деревья бинарные и не только. Подсчет количества высоты дерева и общего количества узлов, различные обходы дерева.

Решение задачи

Для более наглядного представления полезно бывает построить граф соответствующий матрице, иногда это может сильно облегчить решение задачи. В этой задаче граф, соответствующий матрице представлен на рисунке.

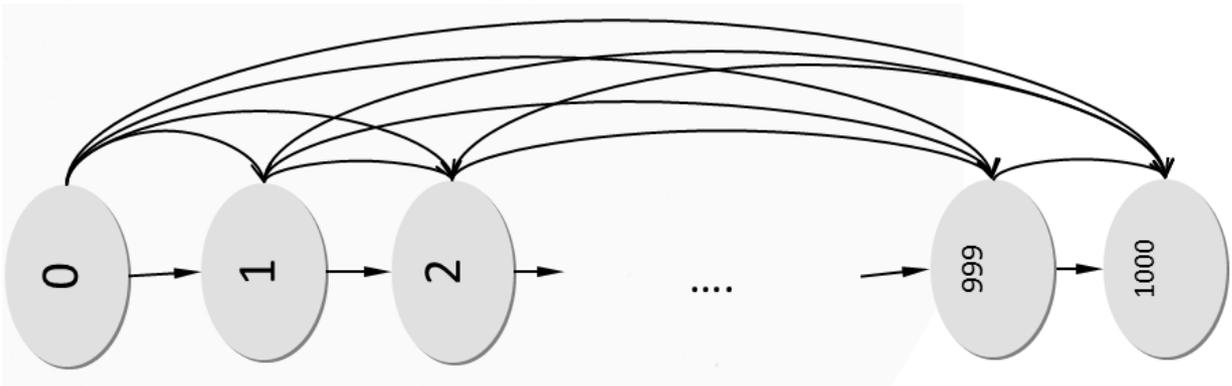


Рис 2.3. Представление графа по матрице смежности

Видно, что вершина с индексом 0 связана со всеми вершинами от 1 до 1000. То есть из вершины 0 можно сделать 1000 переходов. Вершина с индексом 1 связана со всеми вершинами от 2 до 1000, что соответствует 999 переходам. В ответе требуется выяснить сколько всего будет переходов в графе для 1000 состояний. Таким образом, общее количество переходов равно $1000+999+998+997+\dots+1$.

Не трудно заметить, что все слагаемые образуют арифметическую прогрессию числе от 1 до 1000 с разностью 1. Сумма арифметической прогрессии вычисляется по формуле $S=1000*(1+1000)/2$. В ответе получается число 500500.

Ответ: 500500

Задание 15. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи с использованием элементов комбинаторики, принципов включения и исключения

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

В геноме вируса нуклеотиды С, G, А, и Т встречаются с вероятностью соответственно 40%, 30%, 20%, 10%. При допущении, что появление нуклеотидов в различных участках этого генома есть независимые события, определите, чему равна вероятность того, что фрагмент ДНК длиной 6 содержит 2 нуклеотида С или G и 4 нуклеотида А или Т. Ответ запишите в процентах с округлением по правилам математики.

Краткая теоретическая справка

При решении таких нужно помнить о том, что недостаточно найти вероятность того, на двух позициях располагаются символы С или G, а на четырех позициях располагаются символы А или Т. Это только один случай,

необходимо вычислить, сколько всего таких случаев. Рекомендуется для решения данного задания изучить формулы комбинаторики и формулы вычисления вероятностей.

Формула вероятности $P(A) = m/n$, где

$P(A)$ - вероятность наступления события A ;

m – число благоприятных исходов;

n – число всех исходов.

Формула суммы двух событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Сочетания без повторений из n элементов по k элементов – наиболее часто встречающаяся в прикладных задачах выборка, используется в случае, когда необходимо рассчитать, сколькими способами можно из множества, содержащего n элементов, выбрать k элементов, не учитывая в каком порядке будет осуществляться выбор. Число способов осуществить подобный выбор обозначается C_n^k , вычисляется по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Решение задачи

Вероятность того, что на одной позиции располагается либо С либо G равно сумме вероятностей появления символов $p(C+G)=0.4+0.3=0.7$. Вероятность, что на двух позициях располагаются символы С или G, будет равна $p(CG \text{ 2 позиции}) = 0.7*0.7=0.49$. Вероятность того, что на одной позиции располагается либо А либо Т равно сумме вероятностей появления символов $p(A+T)=0.2+0.1=0.3$. Вероятность, что на четырех позициях располагаются символы А или Т, будет равна $p(AT \text{ 4 позиции}) = 0.3*0.3*0.3*0.3=0.0081$. Таким образом, для шести позиций вероятность того, что на двух позициях

располагаются символы С или G, а на четырех позициях располагаются символы А или Т, будет равна:

$$P_6 = p(CG \text{ 2 позиции}) * p(AT \text{ 4 позиции}) = 0.49 * 0.0081 = 0.003969.$$

Следующий шаг, определить, сколько комбинаций взаимного расположения двух позиций С или G и четырех позиций А или Т. Для этого воспользуемся формулой комбинаторики:

$$Q = \frac{n_6!}{n_{CG}! n_{AT}!}$$

$$Q = 6! / (2! * 4!) = 15,$$

$$\text{Искомая вероятность равна } P_{\text{общая}} = Q * P_6 = 15 * 0.003969 = 0,059535 = 6\%$$

Ответ: 6%

Раздел 4. Методические рекомендации по решению задач по предмету «Физика»

Задания по предмету «Физика» представлены шестью заданиями: два задания базового уровня сложности, четыре задания повышенного уровня сложности.

Задание 1. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи из области квантовой физики: владеть понятием фотона, использовать формулу Планка связи энергии фотона с его частотой. Оперировать понятиями «энергия и импульс фотона»

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Сетчатка глаза начинает реагировать на монохроматическое излучение при попадании на нее светового потока мощностью $1,98 \cdot 10^{-17}$ Вт. Известно, что при этом каждую секунду на сетчатку попадает $n = 60$ фотонов. Какую длину волны регистрирует глаз? Постоянную Планка считать равной $6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Ответ выразить в нанометрах и округлить до целых.

Методическое указание

Для решения задач данного типа необходимо знать и использовать формулу Планка связи энергии фотона с его частотой/длиной волны.

Решение

$E_\gamma = h \cdot \nu$ - формула Планка для энергии фотона

$\nu = c / \lambda$ - связь частоты с фазовой скоростью и длиной волны

Следовательно, $E_\gamma = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, откуда $\lambda = \frac{h \cdot c}{E_\gamma}$

Энергия излучения, попадающая в глаз за время T : $E = W \cdot T$

Тогда энергия одного фотона $E_\gamma = \frac{W \cdot T}{N}$

$$\lambda = \frac{h * c}{E_{\gamma}} = \frac{h * c * N}{W * T} = \frac{6.6 * 10^{-34} * 3 * 10^8 * 60}{1.98 * 10^{17} * 1} = 6 * 10^{-7} \text{ м} = 600 \text{ нм}$$

Ответ: 600

Задание 2. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Моделировать физические явления и процессы. Оперировать понятиями «материальная точка», «абсолютно твёрдое тело», «идеальная жидкость», «точечный источник», «гипотеза», «физический закон», «физическая теория». Формулировать границы применимости физических законов

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Найти максимальный объем левого желудочка у бегуна, если известно, что минутный объем кровообращения равен 9 л/мин, частота сердечных сокращений 2 Гц, а фракция выброса равна 60%. Выразите ответ в кубических сантиметрах и округлите до целых.

Методическое указание

Для решения задач данного типа необходимо грамотно оперировать понятиями «идеальная жидкость», а также – в дальнейшем – давлением жидкости.

Решение

1. Найдём объем сердечного выброса (за одно сердечное сокращение):

$$N = T * f_{\text{чсс}} = 60 * 2 = 120 \quad - \quad \text{число выбросов за минуту}$$

$$\Delta V_c = V_{\text{с мин}} / N = 9000 / 120 = 75 \text{ [см}^3\text{]}$$

2. Максимальный объем левого желудочка равен:

$$V_{\text{л.ж}} = \Delta V_c / \eta = 75 / 0,6 = 125 \text{ [см}^3\text{]}$$

Ответ: 125

Задание 8. (4 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи из области молекулярной физики и термодинамики: оперировать понятием абсолютной температуры как меры средней кинетической энергии теплового движения частиц газа. Решать задачи из области квантовой физики: владеть понятием фотона, использовать формулу Планка связи энергии фотона с его частотой. Оперировать понятиями «энергия и импульс фотона». Решать задачи на равновесное тепловое излучение (излучение абсолютно чёрного тела), закон смещения Вина, гипотезу М. Планка о квантах

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

В медицине для диагностики ряда заболеваний получил распространение метод, называемый термографией. Он основан на регистрации отличия теплового излучения здоровых и больных органов, обусловленного различием их температур.

Сейчас этот метод используется для обнаружения пассажиров с повышенной температурой, например, в аэропортах. Считая, что сигнал на датчике тепловизора пропорционален интенсивности теплового излучения, испускаемого поверхностью тела человека, определите, на сколько процентов должен отличаться сигнал от людей, имеющих температуры 35°C и 38°C .
Ответ округлите до целых.

Методическое указание

Для решения задач данного типа необходимо знать законы равновесного теплового излучения (излучение абсолютно чёрного тела), закон Стефана-Больцмана, закон смещения Вина, гипотезу М. Планка о квантах.

Решение

Закон Стефана-Больцмана

$R = \sigma \cdot T^4$ энергетическая светимость абсолютно черного тела

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ - постоянная Стефана-Больцмана

T - термодинамическая температура

Интенсивность излучения I , приходящая на датчик, пропорциональна энергетической светимости: $I = R \cdot S$

для разных температур: $I_1 = S \cdot R_1 = S \cdot \sigma T_1^4$, $I_2 = S \cdot \sigma T_2^4$

$$T_1 = 35 + 273 = 308 \text{ К}$$

$$T_2 = 38 + 273 = 311 \text{ К}$$

$$\frac{I_2 - I_1}{I_1} * 100\% = \left(\frac{T_2^4}{T_1^4} - 1 \right) * 100\% = \left(\frac{311^4}{308^4} - 1 \right) * 100\% = 3.95\%$$

Ответ: 4

Задание 9. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задач на Механические волны, условия их распространения. Оперировать понятиями периода, скорости распространения и длины волны, а также решать задачи на них. Решать задачи на поперечные и продольные волны

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

При проведении ультразвуковых исследований (УЗИ) акустический импульс посылается датчиком в исследуемый объект, где есть отражающие

границы. Импульс частично отражается от таких границ, частично проходит дальше. Доля отраженной энергии равна:

$$K_{\text{отр}} = \frac{(z_1 - z_2)^2}{(z_1 + z_2)^2},$$

где z_1 и z_2 – это акустические сопротивления тканей по разные стороны границы. $z = \rho * c$, где ρ – плотность ткани, а c – скорость звука в ней. Отраженная часть импульса возвращается обратно в датчик и регистрируется как эхо-сигнал. По времени прихода эхо-сигнала определяется глубина, а по величине эхосигнала можно определить $K_{\text{отр}}$ соответствующей границы.

Определите толщину мышцы, если толщина жировой ткани 1 см, а время прихода эхо-сигнала от второй границы 60 мкс. Скорость звука в жире $c_1=1350$ м/с, скорость звука в мышце $c_2=1620$ м/с. Определите, во сколько раз энергия эхо-сигнала от второй границы будет меньше начальной энергии импульса, если скорость звука в третьей ткани $c_3=1480$ м/с, а плотность $\rho_3=1,00$ г/см³. Плотности $\rho_1=0,95$ г/см³, $\rho_2=1,05$ г/см³. Поглощением ультразвука в тканях пренебречь. В качестве ответа заполните таблицу: толщину представить в сантиметрах и округлить до десятых, а отношение энергий импульсов округлить до десятков.

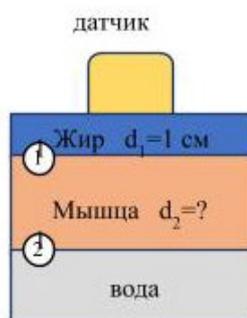


Рис.3.1. Рисунок к задаче 9

Методическое указание

Для решения задач данного типа необходимо грамотно оперировать понятиями «механические волны», знать условия их распространения, а также период, скорость распространения и длину волны.

Решение задания

$$t_2 = 2 * \left(\frac{d_1}{c_1} + \frac{d_2}{c_2} \right), \text{ следовательно: } d_2 = c_2 * \left(\frac{t_2}{2} - \frac{d_1}{c_1} \right) = 3.66 \text{ см}$$

$$K_1 = \frac{(z_1 - z_2)^2}{(z_1 + z_2)^2} = \frac{(\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2)^2}{(\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2)^2}$$

$$K_2 = \frac{(z_2 - z_3)^2}{(z_3 + z_2)^2} = \frac{(\rho_3 c_3 - \rho_2 c_2)^2}{(\rho_3 c_3 + \rho_2 c_2)^2}$$

$$E_{\text{эхо2}} = I_0 * (1 - K_1)^2 * K_2$$

$$\frac{E_0}{E_{\text{эхо2}}} = \frac{1}{(1 - K_1)^2 * K_2} = 215.56$$

Ответ:

Толщина мышцы, см	3,7
Отношение энергий импульсов	220

Задание 10. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на электродинамику: силу Лоренца, её модуль и направление; движение заряженной частицы в однородном магнитном поле; Работу силы Лоренца. Решать задачи на энергию и импульс свободной частицы; связь массы с энергией и импульсом свободной частицы; энергию покоя свободной частицы

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

В линейных медицинских ускорителях для селекции заряженных частиц по энергии применяется магнитное поле. Рассчитайте необходимую величину индукции магнитного поля, чтобы повернуть пучок электронов с энергией 20 МэВ ($1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$). Диаметр поворотного кольца 15 см. Масса электрона $9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (в энергетических единицах массу покоя электрона

считать равной $m_e c^2 = 0,5 \text{ МэВ}$). Скорость света $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Результат выразить в мТл и округлить до десятых.

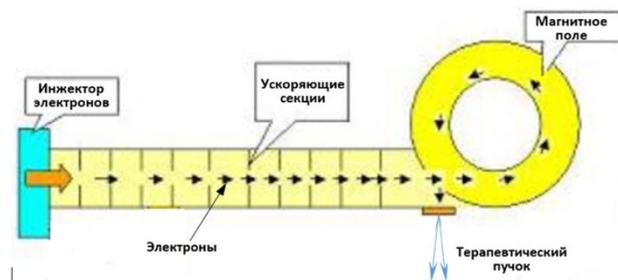


Рис.3.2. Рисунок к задаче 10

Методическое указание

Для решения задач данного типа необходимо знать силу Лоренца, её модуль и направление; движение заряженной частицы в однородном магнитном поле (центростремительное ускорение), связь массы с энергией и импульсом свободной частицы; энергию покоя свободной частицы

Решение задания

$$\text{Сила Лоренца: } q * v * B = ma = m * \frac{v^2}{r} \Rightarrow B = \frac{m}{q} * \frac{v}{r}$$

Запишем выражение для кинетической энергии:

$$\frac{E_k}{mc^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\frac{E}{mc^2} + 1} \Rightarrow$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{1}{\frac{E}{mc^2} + 1} \right)^2 \Rightarrow$$

$$v = c * \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{E}{mc^2} + 1} \right)^2} = 0,9997 * c \approx c$$

$$B = \frac{m}{q} * \frac{c}{r} = 0.0225 \text{ Тл}$$

Ответ: 22,5

Задание 11. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи из области квантовой физики: открытие радиоактивности; альфа-распад; электронный и позитронный бета-распад; гамма-излучение; закон радиоактивного распада

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Для обнаружения опухолей в ядерной медицине используют радиофармпрепараты (РФП), в состав которых входят радиоактивные изотопы. При внутривенном введении они разносятся с кровотоком по всему организму, избирательно накапливаясь в опухолевых тканях.

Пациенту ввели некоторый объём РФП на основе изотопа Технеций-99m общей активностью $A_0 = 1$ МБк, а через $t = 30$ мин у пациента взяли 1 см^3 крови и измерили её активность. Какова будет активность пробы крови, если предположить, что в течении этого времени отсутствует биологическое выведение РФП из кровотока? Период полураспада радиоактивного изотопа Технеций-99m $T_{1/2} = 6$ ч, а общий объём крови пациента $V = 6$ л? Ответ записать в Бк и округлить до целых.

Методическое указание

Для решения задач данного типа необходимо иметь понятие о радиоактивности и знать закон радиоактивного распада.

Решение задания

Активность всего введенного изотопа зависит от времени как

$$A = A_0 * e^{-\frac{t}{\tau}} = A_0 * 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Считаем, что р/а изотоп равномерно распределяется по всему объему крови.

Тогда доля активности в пробе

$$\delta = V_{\text{пробы}} / V$$

Тогда активность пробы

$$A_{\text{пробы}} = A * \delta = A_0 * 2^{-t/T} * V_{\text{пробы}} / V$$

$$A_{\text{пробы}} = 1\text{МБк} * 2^{-0,5/6} * 1/6000 = 157 \text{ Бк}$$

Ответ: 157