Разработано НИЯУ МИФИ

Методические рекомендации для учителей по подготовке обучающихся к прохождению теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал»

в номинации «Инженерный класс»

по направлению «Исследовательское»

на основе разбора демонстрационного варианта

Москва, 2022 г.

Содержание

Раздел 1. Введение

Методические рекомендации для учителей по подготовке обучающихся к прохождению теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации «Инженерный класс» по направлению «Исследовательское» составлены НИЯУ МИФИ на основе разбора демонстрационного варианта и включают три основных раздела с рекомендациями по решению заданий по предметам «математика», «физика» и «информатика».

Демонстрационный вариант теоретического этапа по медико-инженерному направлению в 2022 году состоит из 15 заданий различного уровня сложности. Обобщённый план конкурсных материалов для проведения теоретического этапа Конкурса представлен ниже в таблице 1.1.

Таблица 1.1.

№ задания	Уровень сложности	Уникальные кодификаторы Конкурса	Контролируемые требования к проверяемым умениям	Балл
Часть 1. Задания на проверку функциональной грамотности				
1.	базовый	Физика 4.4, 4.5, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4	Анализировать предложенную текстовую информацию по таким разделам физики, как: «Магнитное поле», «Электромагнитная индукция», «Механические колебания», «Электромагнитные	3
2.	базовый			3
3.	базовый			3
4.	повышенный			4

			колебания», «Механические и электромагнитные волны», «Оптика»	
Часть 2. Задания на проверку предметных знаний				
5.	базовый	Математика 1.2.1, 1.2.2, 1.3.1	Решать задачи на использование функций, их графиков. Строить графики реальных зависимостей. Решать задачи на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем	3
6.	базовый	Информатика 3.3	Решать задачи на элементы теории множеств и математической логики: строить логические выражения заданной структуры с данной таблицей истинности	3
7.	базовый	Математика 1.6	Решать задачи на статистику и теория вероятностей	3
8.	базовый	Информатика 5.2	Обрабатывать числовую информацию в	3

			электронных таблицах: табулировать функции. Строить графики и диаграммы	
9.	повышенный	Физика 2.2; 2.3	Решать задачи на динамику и статику	5
10.	повышенный	Математика 1.3.7	Находить наибольшее и наименьшее значения функции (без применения производной)	5
11.	повышенный	Математика 2.2.1	Владеть понятием объёма. Находить объёмы многогранников: объёмы тел вращения. Владеть аксиомами объёма. Выводить формулы объёмов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Применять формулы для нахождения объёма тетраэдра. Применять теоремы об отношениях объёмов	5
12.	повышенный	Физика 2.1	Решать задачи на кинематику	5
13.	повышенный	Математика 2.3.2	Решать задачи с использованием фактов, связанных с окружностями	5

14.	повышенный	Информатика 1.3	Решать задачи на кодирование числовой информации. Владеть позиционными и непозиционными системы счисления. Записывать целые и дробные числа в системе счисления с основанием p ($p \in \mathbb{N}$, $p > 1$)	5
15.	повышенный	Математика 1.3.5	Применять при решении задач свойства арифметической и геометрической прогрессии. Выполнять операцию суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии	5
			Сумма баллов:	**60**

Раздел 2. Методические рекомендации по решению задач по предмету “Математика”

Задания по предмету “Математика” представлены шестью заданиями: два задания базового уровня сложности, четыре задания повышенного уровня сложности.

Задание 5. (3 балла)

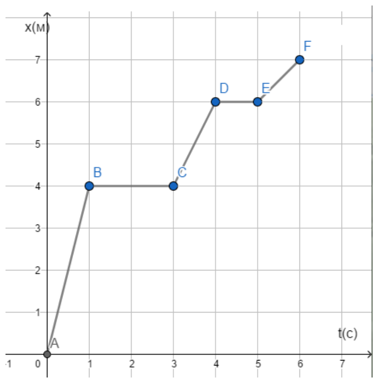
Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на использование функций, их графиков. Строить графики реальных зависимостей. Решать задачи на движение и совместную работу, смеси и сплавы с помощью линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений и их систем.

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

На рисунке изображен график зависимости координаты тела от времени при прямолинейном движении. При каком наименьшем времени t_0 средняя скорость тела на отрезке времени $[0; t_0]$ равна 2,5 м/с? Ответ выразите в секундах, округлив до десятых долей.



Для выполнения задания необходимо

Уметь анализировать информацию, заданную с помощью графиков (уметь «читать» графики), уметь решать простейшие задачи на движение, работу, знать соотношения, связывающие скорость, время и расстояние, производительность, время и объём работы, владеть понятием средней скорости.

Решение задания

Средняя скорость по определению равна отношению пройденного пути к затраченному времени. Определим по графику скорость движения тела. Заметим по графику, что за первую секунду тело прошло расстояние 4 метра (отрезок *AB*), значит по формуле $V = \frac{S}{t}$, его скорость равна 4 м/с., при этом средняя скорость совпадает со скоростью движения. То, что на отрезке *BC* расстояние не изменяется, говорит о том, что тело не движется, однако при этом его средняя скорость всё равно изменяется (уменьшается), так как время продолжает изменяться.

На отрезке *AC* средняя скорость будет равна $V_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{общ}}}{t_{\text{общ}}} = \frac{4}{3}$, что уже меньше, чем 2,5. Значит искомое значение t_0 находится где-то на отрезке $[2; 3]$. Пусть x – время, в течение которого тело не движется, тогда $V_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{общ}}}{t_{\text{общ}}} = \frac{4}{1+x} = \frac{5}{2}$. Решая полученное уравнение, находим $x = 0{,}6$. Тогда искомое значение $t_0 = 1 + 0{,}6 = 1{,}6$

Ответ: 1,6

Задание 7. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на статистику и теорию вероятностей

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

На футболке нарисована эмблема в виде правильного шестиугольника *ABCDEF*. Точки *K*, *T* и *P* – середины сторон *AB*, *CD* и *EF* соответственно. Найдите вероятность, что случайно упавшая на эмблему пылинка не попадет на треугольник *KTP*.

Для выполнения задания необходимо

Знать и уметь применять определение геометрической вероятности случайного события, знать формулы и уметь вычислять площади плоских фигур – треугольника, четырёхугольника, многоугольника, круга и его частей, а также знать свойства медиан, биссектрис, высот треугольника, теоремы об отношении площадей треугольников с общим углом или общей высотой, теорему об отношение площадей подобных треугольников.

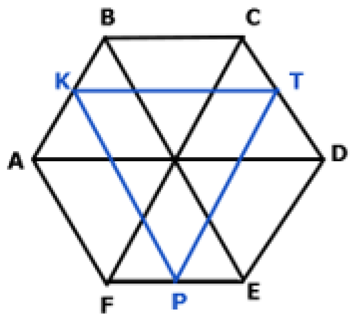
Краткая теоретическая справка

Пусть случайное испытание можно представить себе как **бросание точки наудачу** в некоторую геометрическую область G на прямой (на плоскости или пространстве). Элементарные исходы – это отдельные точки G, любое событие A – это **подмножество** этой области пространства элементарных исходов G. Если считать, что все точки G «равноправны» (выбор точек равномерен внутри области), то вероятность попадания точки в некоторое подмножество пропорционально его длине (площади, объему) и не зависит от его расположения и формы.

Геометрическая вероятность события A определяется отношением: $\boldsymbol{P(A)} = \frac{\boldsymbol{l(A)}}{\boldsymbol{L(G)}}$, где *l(A)* – длина отрезка (или отрезков), соответствующих множеству *A*, *L*(G) – длина отрезка (или отрезков), соответствующего множеству *G*. В том случае, когда множества A и G заданы на плоскости или в пространстве, формулы приобретают вид: $\boldsymbol{P(A)} = \frac{\boldsymbol{s(A)}}{\boldsymbol{S(G)}}$ $\left(\boldsymbol{P(A)} = \frac{\boldsymbol{v(A)}}{\boldsymbol{V(G)}}\right)$, где *s(A)*– площадь (*v(A)* – объём) фигуры (или нескольких фигур), соответствующих множеству *A*, *S(G)* – площадь (*V(G)* – объём) фигуры, соответствующей множеству *G*.

Решение задания

Обозначим сторону 6-угольника $ABCDEF$ a. Так как вероятность того, что пылинка **попадёт** на треугольник KTP равна $\frac{S_{KTP}}{S_{ABCDEF}}$, искомая вероятность будет равна $1-\frac{S_{KTP}}{S_{ABCDEF}}$. Вычисляя площадь правильного шестиугольника,



используя, например, формулу площади правильного треугольника $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, где a – сторона треугольника, получим $S_{ABCDEF}=\frac{a^2 3\sqrt{3}}{2}$. Сторона KT равностороннего треугольника KTP является средней линией трапеции $ABCD$ с основаниями a и $2a$ и равна $1{,}5a$. Применяя снова формулу площади правильного треугольника, получим $S_{KTP}=\frac{a^2 9\sqrt{3}}{4}$. Искомая вероятность будет равна $1-\frac{S_{KTP}}{S_{ABCDEF}}=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}=0{,}625$.

Ответ: 0,625

Задание 10. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Находить наибольшее и наименьшее значения функции (без применения производной)

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Лаборант Иван при очередной поездке в Университет задумался об оптимальном маршруте до места назначения. Выяснилось, что функция для пути S зависит от двух параметров (x и y) следующим образом: $S(x;y)=2((x+1)(y+1)-10)^4+9\big((x+y)(xy+1)-25\big)^{10}$. Помогите Ивану определить, при каких значениях x и y его путь до Университета будет оптимальным? Пары значений запишите подряд без пробелов и разделительных знаков.

Для выполнения задания необходимо

Уметь использовать свойства элементарных функций – чаще всего параболы, для которой данные значения достигаются в вершине, либо свойства суммы нескольких неотрицательных выражений, которая, соответственно не может быть меньше нуля. Часто для получения подобных сумм необходимо выделять полные квадраты некоторых выражений. Также необходимо знать множество значений основных функций – логарифмической, показательной, обратных тригонометрических, степенных с целыми и рациональными показателями, свойства модуля.

Решение задания

Поскольку оба слагаемые неотрицательны, то наименьшее значение будет равно 0, если оба слагаемые будут равны 0 (обратите внимание на то, что оно не будет равно 0, если система не будет иметь решений). Получаем систему уравнений $\begin{cases}(x+1)(y+1)=10\\(x+y)(xy+1)=25\end{cases}$. Раскроем скобки в первом уравнении и сделаем замену u = x + y, v = xy.

Относительно новых переменных система примет вид $\begin{cases}u+v=9\\u(v+1)=25\end{cases}$. Она имеет единственное решение v = 4, u = 5. Обратная замена дает решения (1; 4), (4; 1).

Ответ: 1441 или 4114

Задание 11. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Владеть понятием объёма. Находить объёмы многогранников: объёмы тел вращения. Владеть аксиомами объёма. Выводить формулы объёмов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Применять формулы для нахождения объёма тетраэдра. Применять теоремы об отношениях объёмов

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

В сквере расположен небольшой фонтан с бетонной чашей в форме конуса вершиной вниз. Глубина чаши 1 м, площадь водного зеркала 9π $м^2$. При реконструкции решили заменить фонтан на круглый пруд, увеличив глубину в 3 раза, а радиус водного зеркала на 1 м. Во сколько раз больше воды потребуется для заполнения пруда?

Примечание. Пруд имеет постоянную глубину.

Для выполнения задания необходимо

Необходимо владеть понятием объёма тела, уметь находить объёмы многогранников, объёмы тел вращения. Знать формулы объёмов прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды, усеченной пирамиды, цилиндра, конуса, усеченного конуса, шара и уметь находить элементы, необходимые для их применения (высоты, стороны и радиусы оснований пирамид или тел вращения)

Решение задания

Фактически нужно сравнить объёмы конуса и цилиндра. Площадь водного зеркала — это площадь основания конуса, то есть площадь круга. Из формулы $S_{\text{круга}} = \pi R_{\text{к}}^2 = 9\pi$ получаем $R_{\text{основания конуса}} = 3$. Высота фонтана является высотой конуса, по условию она равна 1 м.

Объём конуса найдём по формуле $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3}\pi R_{\text{к}}^2 H_{\text{к}} = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 1 = 3\pi$. По условию глубина увеличилась в 3 раза, то есть высота цилиндра (глубина пруда) равна 3 м. Радиус основания водного зеркала (радиус основания цилиндра) увеличился на 1 м, и стал равен 4 м.

По формуле объёма цилиндра находим $V_{\text{цилиндра}} = \pi R_{\text{ц}}^2 H_{\text{ц}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 48\pi$. Найдём искомое отношение $\frac{V_{\text{цилиндра}}}{V_{\text{конуса}}} = \frac{48\pi}{3\pi} = 16$

Ответ: 16

Задание 13. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи с использованием фактов, связанных с окружностями

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Во время поездки машина наехала на гвоздь, и из места прокола в колесе стал медленно выходить воздух. Чтобы замедлить падение давления в шине, в ожидании эвакуатора водитель Вольдемар прокрутил колесо так, чтобы прокол в колесе точно совпал с дорожным полотном. А чтобы скоротать время, Вольдемар измерил высоту над дорогой, на которой оказались две диаметрально противоположные точки обода A и B. Выяснилось, что кратчайшее расстояние от точки A до дороги равно 11 см, а от точки B – 41 см. Найдите расстояние от точки A до места прокола. Ответ в сантиметрах округлите до ближайшего целого числа.

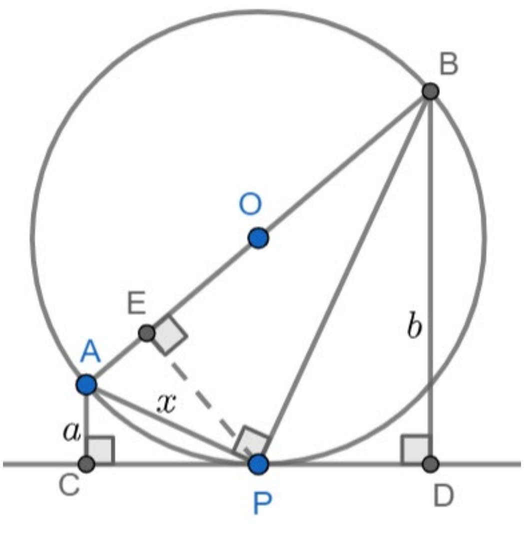
Примечание. Колесо считать идеально круглым, размером прокола пренебречь.

Для выполнения задания необходимо

Знать свойства отрезков и углов, связанных с окружностью: свойства вписанных и центральных углов окружности, угла между касательной и секущей, свойства хорд в окружности, теорему о касательной и секущей, свойства касательных, а также владеть основными теоремами геометрии – теоремой Пифагора, теоремами синусов, косинусов, признаками и свойствами подобных треугольников.

Решение задания

Обозначим центр окружности обода буквой O, точку касания колеса с дорогой (место прокола) буквой P, основания перпендикуляров, опущенных из точек A и B на дорогу – буквами C и D соответственно. Пусть $AC = a = 11$ см, $BD = b = 41$ см, неизвестное расстояние $AP = x$. Приведём один из вариантов решения.



1. Опустим перпендикуляр PE на диаметр AB. Прямоугольные треугольники ACP и AEP равны по общей гипотенузе AP и острому углу ($\angle ABP = \frac{1}{2} \cup AP$ как вписанный угол, $\angle APC = \frac{1}{2} \cup AP$ как угол между касательной и хордой, $\angle APE = 90° - \angle PAB = \angle ABP$, отсюда $\angle APE = \angle APC$). Из равенства треугольников получаем $AE = AC = a$.

2. Аналогично равны и треугольники PBE и PBD, отсюда $BE = BD = b$.

3. $\angle APB = 90°$ как вписанный угол, опирающийся на полуокружность. Используя метрические соотношения в прямоугольном треугольнике ABP, получаем: $AP = \sqrt{AE \cdot AB} = \sqrt{a(a+b)} = \sqrt{11 \cdot 52} \approx 24$ (см).

Ответ: 24

Задание 15. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Применять при решении задач свойства арифметической и геометрической прогрессии. Выполнять операцию суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Настя решила заняться бегом. Согласно плану, она проводит ровно три тренировки в неделю и на каждой тренировке в течение одной недели пробегает одно и то же расстояние. На первой неделе она пробегает по 2 километра на каждой тренировке, а затем увеличивает длину дистанции, пробегаемой на тренировке, на 400 метров каждую неделю, начиная со второй.

Прозанимавшись так ровно 11 недель, Настя решила увеличить число тренировок до четырёх в неделю и каждую неделю стала увеличивать длину дистанции, пробегаемой на тренировке, на 600 метров. В конце очередной недели она подсчитала, что в итоге с начала занятий пробежала 288 километров. Сколько всего тренировок провела Настя?

Для выполнения задания необходимо

Уметь определять модели, подчиняющиеся законам арифметической или геометрической прогрессии, знать формулы для нахождения n – ого члена, суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии, формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Так как прогрессия полностью определяется своим первым членом и разностью (или знаменателем), то, как правило, для решения подобных задач достаточно ввести переменные, равные первому члену и разности (или знаменателю) прогрессии и выразить условия задачи через эти переменные. Иногда в качестве переменной может выступать число членов прогрессии.

Решение задания

Так как увеличение дистанции в первые 11 недель происходило на одно и то число метров, данная модель соответствует арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 2$ и разностью $d = 0{,}4$. Расстояние, которое пробежала Настя за первые 11 недель, равняется $3S_{11}$, где S_{11} – сумма первых 11-и членов арифметической прогрессии. Используя формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии $S_n = \frac{2a_1+(n-1)d}{2}n$, вычислим $3S_{11} = 3 \cdot \frac{2\cdot 2+(11-1)\cdot 0{,}4}{2} \cdot 11 = 132$.

Дистанция, пробегаемая Настей на 11-й неделе, является 11-м членом данной прогрессии, её можно вычислить по формуле $a_n = a_1 + (n-1)d$. При n = 11 получим $a_{11} = 2 + (11-1) \cdot 0{,}4 = 6$. На 12 неделе и далее дистанция, пробегаемая Настей, увеличилась уже на 0,6 км, что соответствует арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 6{,}6$ и разностью $d = 0{,}6$. Так как всего Настя пробежала 288 км, то в данном режиме она пробежала $288 - 132 = 156$ км, что в свою очередь равно $4S_n$, где n – число недель тренировок по новому графику, а S_n – сумма новой арифметической прогрессии.

Составим уравнение $4S_n = \frac{2\cdot 6{,}6+(n-1)\cdot 0{,}6}{2}n = 156$, которое после преобразований сводится к квадратному уравнению $n^2 + 21n - 130 = 0$. Корнями уравнения являются числа 5 и – 26, из которых второе не подходит по смыслу задачи. Значит по новому графику Настя тренировалась 5 недель, а общее число тренировок равняется $11 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 53$.

Ответ: 53

Раздел 3. Методические рекомендации по решению задач по предмету “Информатика”

Задания по предмету “Информатика” представлены тремя заданиями: два задания базового уровня сложности, одно задание повышенного уровня сложности.

Задание 6. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на элементы теории множеств и математической логики: строить логические выражения заданной структуры с данной таблицей истинности

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Некоторое устройство имеет три датчика для приёма сигналов, каждый из которых может находиться в одном из двух состояний: 0 – есть сигнал, 1 – нет сигнала. Логическая схема устройства имеет два выхода. Преобразование входных сигналов в выходные сигналы выполняется с помощью следующих логических функций:

выход1: входной датчик1 **И** входной датчик2 **ИЛИ** входной датчик3

выход2: входной датчик1 **ИЛИ** входной датчик3 **И** входной датчик2

Сколько комбинаций входных сигналов позволят получить на выходе одновременно две единицы (выход1 = 1, выход2 = 1)?

Решение задания

Для ответа на вопрос построим таблицу истинности для логической функции $F=F_{выход1}$ И $F_{выход2}$. Для решения задач данного типа необходимо знать таблицы истинности для логических операций И, ИЛИ, НЕ:

A	B	И	ИЛИ
0	0	0	0

0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

А	НЕ
0	1
1	0

Построим таблицу истинности, соотвутствующую по условию задачи выходу1:

Вх1	Вх2	Вх3	Вх1 И Вх2	$F_{выход1}$= Вх1 И Вх2 ИЛИ Вх3
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Таблицу истинности, соотвутствующая по условию задачи выходу2:

Вх1	Вх2	Вх3	Вх3 И Вх2	$F_{выход2}$= Вх1 ИЛИ Вх3 И Вх2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1

1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Результирующая таблица истинности:

$F_{выход1}$= Вх1 И Вх2 ИЛИ Вх3	$F_{выход2}$= Вх1 ИЛИ Вх3 И Вх2	F=$F_{выход1}$ И $F_{выход2}$
0	0	0
1	0	0
0	0	0
1	1	1
0	1	0
1	1	1
1	1	1
1	1	1

В таблице истинности последней результирующей функции четыре строки имеют значение «1». Соответственно ответом будет число 4.

Следует обратить внимание:

При решении задач нужно помнить о приоритете логических операций, в данной задаче можно ошибиться для выхода2 и начать вычислять функцию с выражения Вх1 ИЛИ Вх3. Рекомендуется знать построение логических схем, уметь преобразовать логические выражения, знать законы алгебры логики, уметь выражать различные логические функции через операции И, ИЛИ, НЕ. Также нужно уметь вычислять количество строк таблицы истинности и количество возможных значений логических функций в зависимости от количества логических переменных.

Ответ: 4

Задание 8. (3 балла)

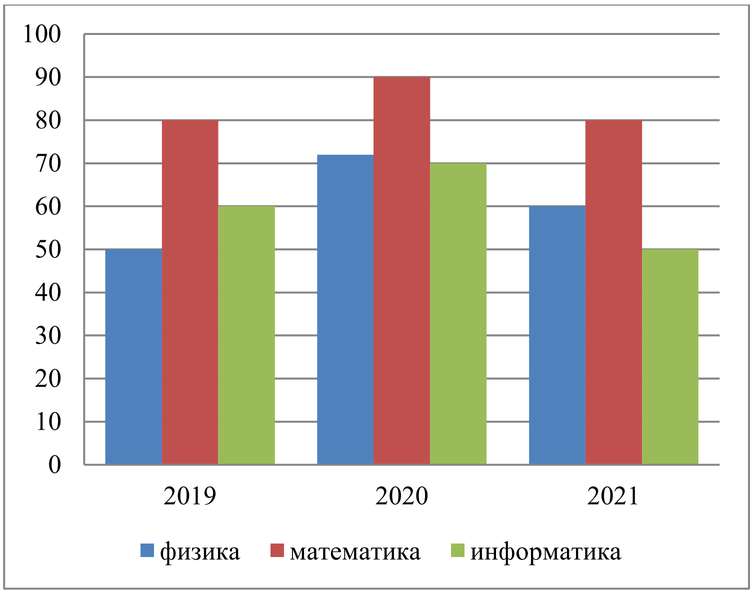
Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Обрабатывать числовую информацию в электронных таблицах: табулировать функции. Строить графики и диаграммы

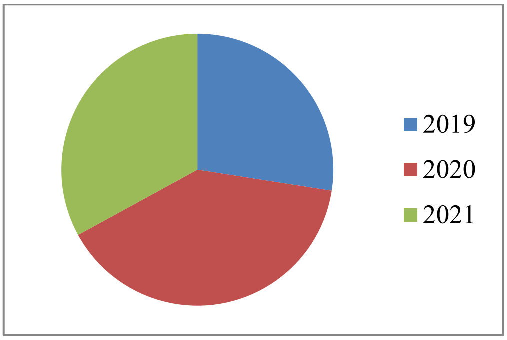
Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Результаты выбора предметов для экзамена по количеству учащихся по годам представлены в виде диаграммы 1:



Процентное соотношение по годам количества учащихся, выбравших физику, представлено на диаграмме 2:



Определите, сколько процентов учеников выбрали физику в 2020 году, в соответствии с информацией на диаграмме 2, если суммарно за все три года физику сдавали 182 ученика. Ответ округлите до целого числа.

Решение задания

Рассмотрим диаграмму2. Рассчитать сколько процентов выбрали физику в 2020 году можно по формуле: $\frac{X_{\text{количество 2020}}}{X_{\text{количество за 3 года}}}$. Количество учеников за все три года известно, необходимо выяснить сколько выбрали физику в 2020 году. Из диаграммы2 выяснить это точно не представляется возможным.

Рассмотрим диаграмму1. Из диаграммы видно, что точное количество учащихся, выбравших физику в 2019 году равно 50, а в 2021- 60. Тогда количество учащихся выбравших физику в 2020 равно: $X_{\text{количество 2020}} = 182 - 50 - 60 = 72$

Теперь вычислим проценты: $\frac{72}{182} = 0{,}3956$. Таким образом, ответ: 40%

<u>Следует обратить внимание:</u>

При решении следует внимательно анализировать условие, распространенной ошибкой является вычисление не тех, значений, которые требуются по условию задачи, например, в этой задаче ошибочно можно было вычислить процентное соотношение выбравших физику ко всем предметам в 2020 году. Также рекомендуется уметь пользоваться механизмами относительной и абсолютной адресации в электронных таблицах, уметь пользоваться различными формулами электронных таблиц.

Ответ: 40

<u>Задание 14</u>. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на кодирование числовой информации. Владеть позиционными и непозиционными системы счисления. Записывать целые и дробные числа в системе счисления с основанием р

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Ваня попросил у друга ответы к задачам из домашнего задания по системам счисления. Друг прислал архив с ответами, но сказал, что для распаковки архива необходимо ввести пароль – число в десятичной системе счисления, удовлетворяющее следующим требованиям: в 5-ной системе счисления число содержит 4 цифры, в 7-ной системе счисления число содержит 3 цифры, а запись этого числа в системе счисления с основанием 11 начинается с 1 (т.е. в старшем разряде содержит 1). Среди всех подходящих чисел необходимо выбрать наибольшее. Помогите Ване вычислить пароль к архиву.

Решение задания

Определим диапазон чисел, которые будут удовлетворять условию задачи:

1) в 5-ной системе счисления число содержит 4 цифры. Числа, удовлетворяющие данному условию, запишем в виде неравенства:

   $1000_5 <= X_5 < 10000_5$

   Тогда в десятичной системе поулчается:

   $125 <= X_{10} < 625$

2) в 7-ной системе счисления число содержит 3 цифры. Числа, удовлетворяющие данному условию, запишем в виде неравенства:

   $100_7 <= X_7 < 1000_7$

   Тогда в десятичной системе поулчается:

   $49 <= X_{10} < 343$

Из этих двух условий получаем неравенство :

$125 <= X_{10} < 343$

3) запись этого числа в системе счисления с основанием 11 начинается с 1.

Переведем число 125 и 343 в 11-ную систему счисления

$343= 292_{11}$

$125=104_{11}$

Таким образом, среди чисел $104_{11}<=X<292_{11}$ необходимо найти максимальное, которое начинается с «1». Если рассматривать числа, начиная 104, получаем числа 105_{11}, 106_{11}, 107_{11} … $1A9_{11}$,$1AA_{11}$, следующие числа уже будут начинаться с «2». Переводим $1AA_{11}$ в десятичную систему счисления, получаем число 241. Ответ 241.

Следует обратить внимание:

Помимо перевода из десятичной системы счисления в различные системы счисления и в обратную сторону, рекомендуется уметь выполнять арифметические операции в различных системах счисления. Уметь выполнять быстрый перевод между системами счисления с основанием 2^N

Ответ: 241

Раздел 4. Методические рекомендации по решению задач по предмету “Физика”

Задания по предмету “Физика” представлены шестью заданиями: три задания базового уровня сложности, три задания повышенного уровня сложности.

Текстовое задание, необходимое для решения первых четырех заданий демонстрационного варианта.

Ученые Института физики микроструктур РАН разработали широкополосное молибден-кремниевое (Mo/Si) зеркало для работы в диапазоне длин волн 17–21 нм, необходимое для спектрогелиографа солнечной обсерватории КОРТЕС (Рис. 1).

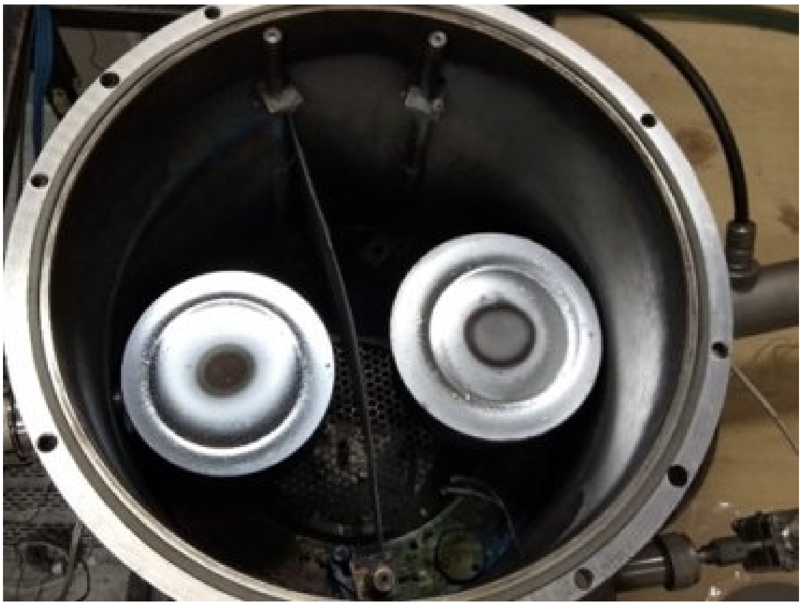


Рис.1. Вид спектрогелиографа

Спектрогелиограф позволяет регистрировать спектры излучения солнечных вспышек, микровспышек и выбросов корональной массы. Зеркало является важнейшим элементом спектрогелиографа, поскольку именно оно определяет спектральный диапазон прибора.

Главной проблемой, которую было необходимо решить при создании зеркала, является обеспечение одинакового коэффициента отражения в широком спектральном диапазоне. Применяемые в экстремальном ультрафиолетовом (ЭУФ) диапазоне многослойные зеркала используют дифракцию и состоят из периодически чередующихся слоев двух материалов с различными показателями преломления. Отражение от такой структуры носит резонансный характер и, следовательно, происходит в относительно узкой спектральной полосе.

Было предложено использовать набор из нескольких периодических зеркал, нанесенных друг на друга, технология производства которых хорошо отработана. Расчёты показали, что для структур Mo/Si, состоящих всего из трёх периодических зеркал, можно добиться равномерного отражения в требуемом для спектрогелиографа спектральном диапазоне.

Для получения многослойных зеркал используются различные вакуумные технологии: электронно-лучевое испарение, импульсно-лазерное напыление, ионно-пучковое напыление, магнетронное напыление. В данной работе образцы синтезировались методом магнетронного распыления в атмосфере аргона при давлении 10^{-3} Торр. Источником ЭУФ излучения служила высокоионизированная плазма, генерируемая при воздействии мощного лазерного излучения на твердотельную мишень.

Если измеренные отражательные характеристики зеркала отличаются от расчётных значений, необходимо определить реальные параметры зеркала, чтобы скорректировать технологический процесс. На практике изготовление многослойных зеркал является итеративным процессом (Рис. 2), поэтому быстрая и правильная доводка зеркал выходит на первый план. Для структур Mo/Si, состоящих из трёх периодических зеркал, нанесённых друг на друга, удалось добиться равномерного отражения на уровне 16% в спектральном диапазоне 17–21 нм с хорошей воспроизводимостью.

Рис.2. Зависимость коэффициента отражения от длины волны излучения

Сумма коэффициента отражения и коэффициента поглощения равна единице.

Задание 1. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Анализировать предложенную текстовую информацию по таким разделам физики, как: «Магнитное поле», «Электромагнитная индукция», «Механические колебания», «Электромагнитные колебания», «Механические и электромагнитные волны», «Оптика»

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Какая технология получения многослойных зеркал используется в приборе, о котором подробно было рассказано в текстовом задании?

Выберите один из предложенных вариантов ответа:

1) магнетронное распыление

2) электронно-лучевое испарение

3) импульсно-лазерное напыление

4) ионно-пучковое напыление

Решение задания

В тексте находим правильный ответ: магнетронное распыление.

Ответ: 1

Задание 2. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Анализировать предложенную текстовую информацию по таким разделам физики, как: «Магнитное поле», «Электромагнитная индукция», «Механические колебания», «Электромагнитные колебания», «Механические и электромагнитные волны», «Оптика»

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Используя частотный диапазон электромагнитных излучений и текстовое задание, ответьте на вопрос: в каком диапазоне волн работает спектрогелиограф солнечной обсерватории?

Выберите один из предложенных вариантов ответа:

1) инфракрасный

2) видимый

3) ультрафиолетовый

4) радиоволны

Решение задания

В тексте находим диапазон длин волн 17–21 нм, что по шкале электромагнитных волн соответствует ультрафиолетовому диапазону.

Ответ: 3

<u>Задание 3</u>. (3 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Анализировать предложенную текстовую информацию по таким разделам физики, как: «Магнитное поле», «Электромагнитная индукция», «Механические колебания», «Электромагнитные колебания», «Механические и электромагнитные волны», «Оптика»

Уровень сложности – базовый

Текст задания демоварианта

Какова скорость распространения света в кремниевой пластине? Показатель преломления кремния для длины волны 1000 нм равен 3,57. Ответ дайте в единицах 10^8 м/с с точностью до тысячных. Скорость света в вакууме равна $c = 2{,}998 \cdot 10^8$ м/с.

Решение задания

Скорость распространения света в кремниевой пластине равна $V = c/n$ $=0{,}84 \cdot 10^8$ м/с.

<u>Указание:</u> вспомнить формулы для скорости света, длины волны и частоты волны в среде с показателем преломления и в вакууме.

Ответ: 0,84

Задание 4. (4 балла)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Анализировать предложенную текстовую информацию по таким разделам физики, как: «Магнитное поле», «Электромагнитная индукция», «Механические колебания», «Электромагнитные колебания», «Механические и электромагнитные волны», «Оптика»

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Чему равен коэффициент поглощения ЭУФ излучения зеркалом для длины волны 23 нм? При необходимости, ответ округлите до десятых долей.

Решение задания

Из графика в тексте находим коэффициент отражения для длины волны 23 нм: 0,1. Тогда коэффициент поглощения равен 0,9.

Ответ: 0,9

Задание 9. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на динамику и статику

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Айсберг с ровными вертикальными стенками одинаковой высоты плавает в морской воде плотностью 1025 кг/м^3. Найти относительную высоту его надводной части в процентах, если плотность льда равна 900 кг/м^3. Ответ округлите до целого числа.

Решение задания

Условие плавания тела: сила Архимеда равна сила тяжести.

$$\rho_1 gS\left(H-h\right)=\rho_0 gSH \quad .$$

Отсюда находим относительную высоту надводной части айсберга в процентах:

$$\frac{h}{H}=\frac{\rho_1-\rho_0}{\rho_1}\times 100\% \ =12\%.$$

Указание: обратить внимание на 2 закон Ньютона в векторной форме и правило векторного сложения сил.

Ответ: 12

Задание 12. (5 баллов)

Контролируемые требования к проверяемым умениям:

Решать задачи на кинематику

Уровень сложности – повышенный

Текст задания демоварианта

Электробус начинает движение от остановки с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2. Через некоторый промежуток времени после начала движения электробус стал двигаться равномерно со скоростью $v_0 = 50$ км/ч. Через время $t_2 = 1{,}5$ мин после начала движения электробус подъехал к светофору. Какой путь в метрах проехал электробус от остановки до светофора? Ответ округлите до целого числа.

Решение задания

Путь и время равноускоренного движения электробуса равны

$$S_1 = V_0^2 / (2a)$$

$$t_1 = V_0 / a$$

Путь равномерного движения электробуса равен

$$S = V_0 (t_2 - t_1) = V_0 (t_2 - V_0/a)$$

Путь в метрах, который проехал электробус от остановки до светофора, равен

$S = S_1 + S_2 = V_0 t_2 - V_0^2/(2a)$=1057 м.

Указание: обратить внимание на законы равномерного и равноускоренного движений, особенно на понятие средней скорости.

Ответ: 1057